

سیٹ اور تفاعل

SETS AND FUNCTIONS

- ◀ سیٹوں پر عوامل
- ◀ ثنائی روابط
- ◀ تفاعل

اس یونٹ کو پڑھنے کے بعد طلباء اس قابل ہو جائیں گے کہ وہ یہ جان سکیں:

- ◀ N, Z, W, E, O, P, Q کی علامت سے ظاہر کئے گئے سیٹوں کی شناخت کیا ہیں۔
- ◀ سیٹوں پر $(\cup, \cap, \dots)$ کے عوامل کیا ہیں۔
- ◀ سیٹوں پر مندرجہ ذیل عوامل کیسے کرتا ہے۔

• یونین Union

• تقاطع Intersection

• مکملیت Complement

- ◀ دو یا تین سیٹوں پر یونین اور تقاطع کے درج ذیل خواص کی تصدیق کیسے کرتا ہے۔

• یونین اور تقاطع کی خاصیت مبادلہ

• یونین اور تقاطع کی خاصیت تلازم

- ◀ وین اشکال سے مندرجہ ذیل کا اظہار کیسے کرتا ہے۔

• سیٹوں کا یونین اور انٹرکشن

• سیٹ کا مکملیت

- ◀ وین اشکال سے مندرجہ ذیل کا ثبوت فراہم کیسے کرتا ہے۔

• سیٹوں کے یونین اور انٹرکشن کے قوانین مبادلہ

• سیٹوں کے یونین اور انٹرکشن کے لحاظ سے قوانین تلازم

• ڈی مارگن کے قوانین

- ◀ ثنائی ربط (Binary Relation) کی تعریف کرنا اور اس کی ڈومین (Domain) اور رینج (Range) کا تعین کرنا۔

- ◀ تفاعل (Funtion) کی تعریف کرنا اور اس کی ڈومین (Domain) اور رینج (Range) کی پہچان کیسے کرتا ہے۔

- ◀ مندرجہ ذیل کو واضح کیسے کرتا ہے۔

• ان فونکشن

• ون فونکشن

• ان ٹو، ون۔ ون فونکشن (Injective Function)

• آن فونکشن (Surjective Function)

• ون۔ ون، آن فونکشن (Bijective Function)

Set 8.1

کائنات کی ہر چیز چاہے وہ جاندار ہو یا بے جان ”شے“ کہلاتی ہے۔ ہم مخصوص اشیاء کے اجتماع یا اکٹھ کو مخصوص نام دیتے ہیں جیسا کہ ”ہاکی ٹیم“، ”بھیڑوں کا ریور“، ”پھولوں کا گلہ سٹ“ وغیرہ۔

سیٹ سے مراد واضح متعارف اشیاء کا اجتماع یا اکٹھ ہے۔ یعنی کہ اشیاء کا اجتماع یا اکٹھ اس طرح سے لیا گیا ہو کہ بغیر کسی شک و شبہ کے ہم بتا سکیں کہ کوئی دی ہوئی شے کا اس اکٹھ سے تعلق ہے یا نہیں۔

واضح متعارف اشیاء کے اکٹھ کو ”سیٹ“ کہتے ہیں۔

کسی سیٹ کے نام کو بالعموم حروف تہجی $A, B, C, \dots, X, Y, Z$ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

سیٹ میں موجود اشیاء ممبران یا ارکان کہلاتے ہیں۔ اراکین سیٹ کو چھوٹے حروف تہجی یا اعداد سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

مثال کے طور پر

- (i) $A = \{1, 3, 4, 5\}$
 (ii) $B = \{a, e, i, o, u\}$
 (iii) $C = \{1, 3, 5, 7, 9, \dots\}$
- تمام سیٹ کہلاتے ہیں۔

اگر کوئی شے x سیٹ ' A ' سے تعلق رکھتی ہو تو اسے یوں لکھتے ہیں $x \in A$ جس کا مطلب ہے x سیٹ ' A ' کا رکن ہے۔

اور اگر کوئی شے x سیٹ ' A ' سے تعلق نہ رکھتی ہو تو ہم لکھتے ہیں $x \notin A$ ۔

اہم سیٹ Important Sets

Set of Natural Number قدرتی اعداد کا سیٹ

کتنی کے اعداد مثلاً 1, 2, 3, ... وغیرہ قدرتی اعداد کہلاتے ہیں۔ قدرتی اعداد کا سیٹ ' N ' سے ظاہر کیا جاتا ہے جیسا کہ

$$N = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

Set of Whole Numbers مکمل اعداد کا سیٹ

مکمل اعداد کے سیٹ کو ' W ' سے ظاہر کیا جاتا ہے جیسا کہ

$$W = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

صحیح اعداد کا سیٹ Set of Integers

صحیح اعداد کے سیٹ کو علامت 'Z' سے ظاہر کیا

$$Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

جفت اعداد کا سیٹ Set of Even Numbers

جفت اعداد کے سیٹ کو 'E' سے ظاہر کیا جاتا ہے جیسا کہ

$$E = \{\dots, -4, -2, 0, 2, 4, 6, 8, \dots\}$$

طاق اعداد کا سیٹ Set of Odd Numbers

طاق اعداد کے سیٹ کو 'O' سے ظاہر کیا جاتا ہے جیسا کہ

$$O = \{\dots, -3, -1, 1, 3, 5, \dots\}$$

مفرد اعداد کا سیٹ Set of Prime Numbers

مفرد اعداد کے سیٹ کو 'P' سے ظاہر کیا جاتا ہے جیسا کہ

$$P = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, \dots\}$$

مفرد اعداد ایسے اعداد ہیں جو کہ '1' اور اپنے آپ پر تقسیم ہوتے ہیں۔ اس کے علاوہ وہ کسی اور عدد سے تقسیم نہیں ہوتے۔

ناطق اعداد کا سیٹ Set of Rational Numbers

ناطق اعداد کے سیٹ کو 'Q' سے ظاہر کیا جاتا ہے جیسا کہ

$$Q = \left\{ \frac{p}{q} : q \neq 0, p, q \in Z \right\}$$

8.1.1 سیٹوں پر عموماً Operations on Sets

حساب، میں اعداد پر جمع، تفریق، ضرب اور تقسیم کے عموماً کی طرح سیٹوں پر یونین، تقاطع اور مکملینٹ جیسے عموماً ہوتے ہیں۔

سیٹوں کا یونین (Union of Sets)

اگر A اور B کوئی سے دو سیٹ ہوں تو سیٹ A اور سیٹ B کے یونین سے مراد ان ممبران پر مشتمل سیٹ ہوتا ہے جو کہ سیٹ A اور سیٹ B کے تمام ارکان ہوں۔

$$A \cup B = \{x : x \in A \text{ or } x \in B\} \text{ لہذا}$$

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

مثال کے طور پر اگر

$$B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$$

ہو تو

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\} \cup \{2, 4, 6, 8, 10\}$$

$$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10\}$$

مثالیں :-

(i) $A \cup B$ معلوم کیجئے اگر

$$A = \{a, b, c\} \text{ اور } B = \{a, e, i, o, u\}$$

$$A = \{a, b, c\}, B = \{a, e, i, o, u\}$$

حل :-

$$A \cup B = \{a, b, c\} \cup \{a, e, i, o, u\}$$

تو

$$= \{a, b, c, e, i, o, u\}$$

(ii) $C \cup D$ معلوم کیجئے اگر

$$C = \{2, 3, 4, 5\} \text{ اور } D = \{6, 7\}$$

$$C = \{2, 3, 4, 5\}, D = \{6, 7\}$$

چونکہ

حل :-

$$C \cup D = \{2, 3, 4, 5\} \cup \{6, 7\}$$

تو

$$= \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

(iii) $E \cup F$ معلوم کیجئے اگر

$$E = \{1, 2, 3, 5, 7\} \text{ اور } F = \{2, 4, 6, 8\}$$

$$E = \{1, 2, 3, 5, 7\}, F = \{2, 4, 6, 8\}$$

حل :-

$$E \cup F = \{1, 2, 3, 5, 7\} \cup \{2, 4, 6, 8\}$$

$$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

سیٹوں کا تقاطع Intersection of Sets

دو سیٹوں A اور B کا تقاطع $A \cap B$ سے ظاہر کیا جاتا ہے اور یہ ان ارکان پر مشتمل ہوتا ہے جو A اور B دونوں کے مشترک ارکان ہوں۔

$$A \cap B = \{x : x \in A \wedge x \in B\} \text{ لہذا}$$

$A \cap B$ معلوم کیجئے اگر

مثال :-

$$(i) \quad A = \{2, 3, 5, 7, 11\}, B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

$$(ii) \quad A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24\}, B = \{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32\}$$

$$(iii) \quad A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}, B = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 18\}$$

حل :-

$$A = \{2, 3, 5, 7, 11\}, B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

(i) چونکہ

$$A \cap B = \{2, 3, 5, 7, 11\} \cap \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

اس لیے

$$= \{3, 5, 7\}$$

$$A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24\}, B = \{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32\}$$

(ii) چونکہ

$$A \cap B = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24\} \cap \{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32\}$$

لہذا

$$= \{12, 24\}$$

$$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}, B = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 18\}$$

(iii) چونکہ

$$A \cap B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\} \cap \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 18\}$$

$$= \{1, 2, 3, 4, 6\}$$

یونیورسل سیٹ Universal Set

اگر کچھ سیٹ زیر بحث ہوں تو ان میں ایک سیٹ ایسا بھی ہو سکتا ہے کہ وہ ان سب سیٹوں کا فوقی سیٹ (Super Set) ہو۔ ایسا سیٹ یونیورسل سیٹ کہلاتا ہے۔ جسے ہم علامت 'U' سے ظاہر کرتے ہیں۔

مثال کے طور پر

اگر $A = \{1, 2\}$, $B = \{2, 3\}$, $C = \{1, 3\}$ اور تمام سیٹوں A, B, C کا $U = \{1, 2, 3\}$ فوقی سیٹ U کے تحتی سیٹ کہلاتے ہیں۔

Complement of a Set

سیٹ کا مکملیمینٹ

فرض کریں کہ 'A' کسی یونیورسل سیٹ کا تہتی سیٹ ہے۔ تو سیٹ A کا مکملیمینٹ سیٹ، یونیورسل سیٹ U کے لحاظ سے، سیٹ U کے ان تمام ارکان پر مشتمل ہوگا جو سیٹ A میں نہ ہوں اسے علامتی طور پر A' یا $U - A$ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

$$A' = \{x | x \in U \wedge x \notin A\} \quad \text{پس}$$

$$x \in A' \Rightarrow x \notin A$$

$$x \in A \Rightarrow x \notin A' \quad \text{اور}$$

$$A^c = U - A$$

یاد رہے کہ

$$U^c = U - U = \Phi, \Phi^c = U - \Phi = U$$

$$(A^c)^c = U - A^c = A$$

مثال 1:-

اگر $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ اور $A = \{3, 4, 5\}$ ہو تو A^c معلوم کیجئے۔

حل:-

$$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} \quad \text{چونکہ}$$

$$A = \{3, 4, 5\} \quad \text{اس لیے}$$

$$A^c = U - A \quad \text{تو}$$

$$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} - \{3, 4, 5\}$$

$$A^c = \{1, 2, 6, 7\} \quad \text{لہذا}$$

مثال 2:-

اگر $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ اور $A = \{2, 3, 5, 7\}$ ہو تو A^c ، $A \cup A^c$ ، $A \cap A^c$ معلوم کیجئے۔

حل:-

$$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\} \quad \text{چونکہ}$$

$$A = \{2, 3, 5, 7\}$$

$$A^c = U - A \quad \text{اس لیے}$$

$$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\} - \{2, 3, 5, 7\}$$

$$= \{1, 4, 6, 8\}$$

$$A \cup A^c = \{2, 3, 5, 7\} \cup \{1, 4, 6, 8\}$$

اب

$$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

$$= U$$

$$A \cap A^c = \{2, 3, 5, 7\} \cap \{1, 4, 6, 8\},$$

$$= \{ \}$$

$$= \Phi$$

$$A \cup A^c = U \text{ اور } A \cap A^c = \Phi$$

یعنی کہ

مثال 3:-

اگر $U = \{1, 2, 3, \dots, 20\}$, $A = \{9, 10, 11, 12, \dots, 20\}$ اور A^c معلوم کیجئے۔

$$A^c = U - A$$

$$= \{1, 2, 3, \dots, 20\} - \{9, 10, 11, 12, \dots, 20\}$$

$$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

$$A \cup A^c = \{9, 10, 11, 12, \dots, 20\} \cup \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

اب

$$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, \dots, 20\}$$

$$= U$$

$$A \cap A^c = \{9, 10, 11, 12, \dots, 20\} \cap \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

$$= \{ \}$$

$$= \Phi$$

$$A \cup A^c = U \text{ اور } A \cap A^c = \Phi$$

دو سیٹوں کا فرق Difference of two sets

اگر A اور B دو سیٹ ہوں۔ تو A سے B کا فرق سیٹ A کے ان ارکان پر مشتمل ہوگا جو سیٹ B میں موجود نہ ہوں۔ علامتی طور پر اسے $A - B$ یا $A \setminus B$ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ اسی طرح B سے A کا فرق سیٹ B کے ان ارکان پر مشتمل ہوگا جو سیٹ A میں موجود نہ ہوں جسے $B - A$ یا $B \setminus A$ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

$$A = \{2, 3, 4, 5\}, B = \{2, 4, 6, 8\} \quad (i) \text{ فرض کیا کہ}$$

$$A - B = \{2, 3, 4, 5\} - \{2, 4, 6, 8\} = \{3, 5\} \quad \text{تب}$$

$$B - A = \{2, 4, 6, 8\} - \{2, 3, 4, 5\} = \{6, 8\} \quad \text{اور}$$

$$A = \{3, 4, 5, 6, 7\}, B = \{1, 2, 3, 4, 7, 8, 9, 10\} \quad (ii) \text{ فرض کیا}$$

$$A \setminus B = \{3, 4, 5, 6, 7\} \setminus \{1, 2, 3, 4, 7, 8, 9, 10\} = \{5, 6\}$$

$$B \setminus A = \{1, 2, 3, 4, 7, 8, 9, 10\} \setminus \{3, 4, 5, 6, 7\} \quad \text{اور}$$

$$= \{1, 2, 8, 9, 10\}$$

$$A - B \neq B - A$$

8.1.2 سیٹوں کے یونین کے خواص Properties of Union of Sets

خاصیت مبادلہ Commutative Property

کوئی سے دو سیٹوں A اور B کے لیے

$$A \cup B = B \cup A$$

$$A \cup B = \{x : x \in A \text{ or } x \in B\}$$

فرض کیا کہ

$$= \{x : x \in B \text{ or } x \in A\}$$

$$= B \cup A$$

$$A \cup B = B \cup A$$

پس

خاصیت تلازم Associative Property

کوئی سے تین سیٹوں A, B, C کے لیے

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$$

$$(A \cup B) \cup C = \{x : x \in (A \cup B) \text{ or } x \in C\}$$

فرض کیا

$$= \{x : (x \in A \text{ or } x \in B) \text{ or } x \in C\}$$

$$= \{x : x \in A \text{ or } (x \in B \text{ or } x \in C)\}$$

$$= \{x : x \in A \text{ or } x \in (B \cup C)\}$$

$$= A \cup (B \cup C)$$

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$$

پس

مثال :- اگر $C = \{2, 6\}$ اور $B = \{7, 8, 9, 10\}$, $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ہو تو ثابت کیجئے کہ

$$(a) A \cup B = B \cup A$$

$$(b) (A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$$

حل :- چونکہ $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{7, 8, 9, 10\}$, $C = \{2, 6\}$

$$(a) A \cup B = \{1, 2, 3, 4\} \cup \{7, 8, 9, 10\} \quad \text{اس لیے}$$

$$= \{1, 2, 3, 4, 7, 8, 9, 10\} \dots \dots \dots (i)$$

$$B \cup A = \{7, 8, 9, 10\} \cup \{1, 2, 3, 4\}$$

$$= \{1, 2, 3, 4, 7, 8, 9, 10\} \dots \dots \dots (ii)$$

$$A \cup B = B \cup A$$

نتیجہ (i) اور (ii) سے

$$\begin{aligned}
 (b) \quad (A \cup B) \cup C &= (\{1, 2, 3, 4\} \cup \{7, 8, 9, 10\}) \cup \{2, 6\} \\
 &= \{1, 2, 3, 4, 7, 8, 9, 10\} \cup \{2, 6\} \\
 &= \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10\} \dots \dots \dots (i)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A \cup (B \cup C) &= \{1, 2, 3, 4\} \cup (\{7, 8, 9, 10\} \cup \{2, 6\}) \\
 &= \{1, 2, 3, 4\} \cup \{2, 6, 7, 8, 9, 10\} \\
 &= \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10\} \dots \dots \dots (ii)
 \end{aligned}$$

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C) \quad \text{نتیجہ (i) اور (ii) سے}$$

Properties of Intersection of Sets سیٹوں پر تقاطع کے خواص

Commutative Property خاصیت مبادله

کسی دو سیٹوں A اور B کے لیے

$$A \cap B = B \cap A$$

$$\begin{aligned}
 A \cap B &= \{x : x \in A \text{ and } x \in B\} \quad \text{ثبوت: فرض کیا کہ} \\
 &= \{x : x \in B \text{ and } x \in A\} \\
 &= \{x : x \in (B \cap A)\} \\
 &= B \cap A
 \end{aligned}$$

$$A \cap B = B \cap A \quad \text{پس}$$

Associative Property خاصیت تلازم

کوئی سے تین سیٹوں A, B, C کے لیے

$$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$$

$$\begin{aligned}
 (A \cap B) \cap C &= \{x : x \in (A \cap B) \text{ and } x \in C\} \quad \text{فرض کیا کہ} \\
 &= \{x : (x \in A \text{ and } x \in B) \text{ and } x \in C\} \\
 &= \{x : x \in A \text{ and } x \in B \text{ and } x \in C\} \\
 &= \{x : x \in A \text{ and } (x \in B \text{ and } x \in C)\} \\
 &= \{x : x \in A \text{ and } x \in (B \cap C)\} \\
 &= \{x : x \in A \cap (B \cap C)\} \\
 &= A \cap (B \cap C)
 \end{aligned}$$

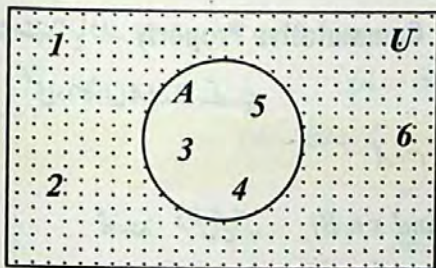
$$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C) \quad \text{پس}$$

8.1.3 وین اشکال Venn Diagram

سیٹوں کے درمیان تعلق کو منطقی لحاظ سے ظاہر کرنے کے لئے، ہم سیٹوں کو اشکال کے ذریعے ظاہر کرتے ہیں۔ جو کہ وین اشکال کہلاتی ہیں۔ وین اشکال کو سب سے پہلے انگریز ماہر منطق اور ریاضی دان جان وین (John Venn) (1834-1883) نے استعمال کیا۔

وین اشکال میں عموماً یونیورسل سیٹ کو ایک مستطیلی علاقہ اور اس کے متعلقہ تحتی سیٹوں کو اس کے اندر بند علاقوں سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

$$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \text{ اور } A = \{3, 4, 5\}$$



دی ہوئی شکل میں مستطیلی علاقہ یونیورسل سیٹ U کو ظاہر کرتا ہے۔ جبکہ اس کے اندر دائروں کے علاقہ سیٹ A کو ظاہر کرتا ہے۔

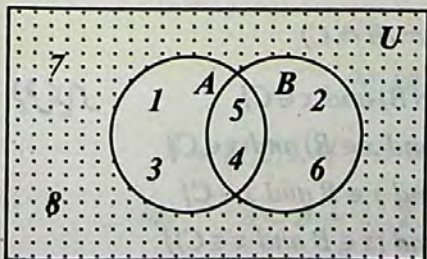
$A^c = \{1, 2, 6\}$ سے باہر U کا نقاط دار علاقہ A کے مکمل منہ یعنی A^c کو ظاہر کرتا ہے پس

Union and Intersection of Sets سیٹوں کا یونین اور تقاطع

فرض کیا $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

$A = \{1, 3, 4, 5\}$ اور $B = \{2, 4, 5, 6\}$

اس کے کوئی دو تحتی سیٹ ہیں تب۔



شکل میں مستطیلی علاقہ U کا تاتی سیٹ کو ظاہر کرتا ہے چونکہ A اور B دو متقاطع سیٹ ہیں۔ لہذا دو متقاطع دائرے A اور B کو ظاہر کرتے ہیں۔

(1) A اور B سے گھرا ہوا علاقہ $A \cup B$ ظاہر کرتا ہے۔

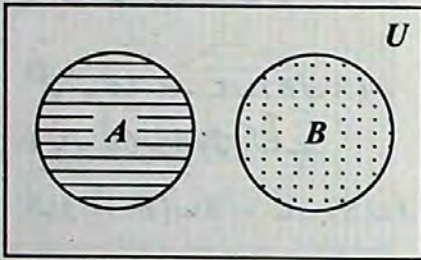
$$A \cup B = \{1, 3, 4, 5\} \cup \{2, 4, 5, 6\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

(2) دونوں سیٹوں A اور B کا مشترکہ علاقہ $A \cap B$ کو ظاہر کرتا ہے۔

$$A \cap B = \{1, 3, 4, 5\} \cap \{2, 4, 5, 6\} = \{4, 5\}$$

8.1.4 سیٹوں کی یونین اور تقاطع کی خاصیت مبادلہ وین اشکال میں

سیٹوں کا یونین جب دو سیٹ غیر متراکب ہوں When two Sets are Disjoint



شکل میں لکیر دار اور نقاط دار حصہ $A \cup B$ کو ظاہر

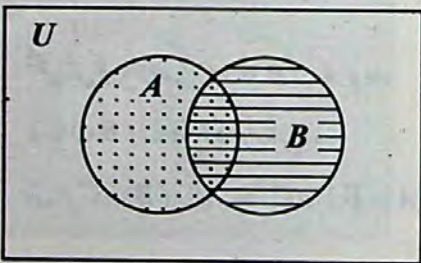
کرتا ہے اور یہی نقاط دار اور لکیر دار حصہ $B \cup A$

کو بھی ظاہر کرتا ہے۔ جس کا مطلب ہوا کہ $A \cup B$

اور $B \cup A$ کو ایک ہی طرح کا حصہ ظاہر کرتا ہے پس

$$A \cup B = B \cup A$$

سیٹوں کا یونین جب سیٹ متراکب ہوں When two Sets are Overlapping



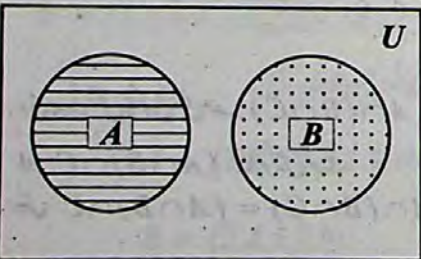
دی گئی شکل میں نقاط دار، نقاط دار اور لکیر دار

حصہ $A \cup B$ کو ظاہر کرتا ہے اور اسی طرح لکیر

دار، لکیر دار اور نقاط دار اور نقاط دار حصہ $B \cup A$

کو ظاہر کرتا ہے لہذا $A \cup B = B \cup A$

سیٹوں کا تقاطع جب دونوں سیٹ غیر متراکب ہوں When two Sets are Disjoint



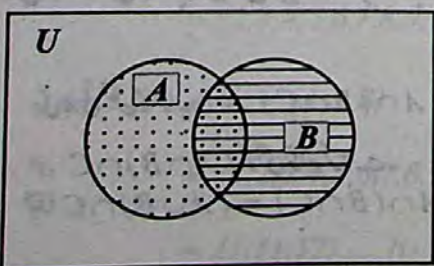
شکل میں لکیر دار حصہ سیٹ A کو جبکہ نقاط دار حصہ

سیٹ B کو ظاہر کرتا ہے۔ یعنی کہ U کا کوئی بھی

حصہ $A \cap B$ اور $B \cap A$ کو ظاہر نہیں کرتا۔

$$A \cap B = B \cap A$$

سیٹوں کا تقاطع جب دونوں سیٹ متراکب ہوں When two Sets are Overlapping



شکل میں نقاط دار، نقاط دار اور لکیر دار حصہ A سیٹ کو

ظاہر کرتا ہے۔ جبکہ لکیر دار اور نقاط دار، لکیر دار حصہ

سیٹ B کو ظاہر کرتا ہے۔ لکیر دار اور نقاط دار حصہ

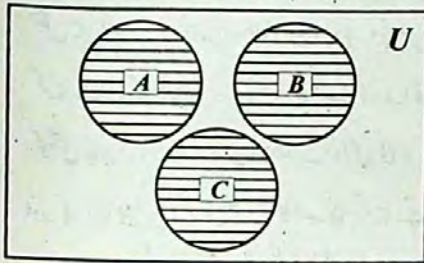
دونوں سیٹوں کا مشترکہ علاقہ ہے جو کہ $A \cap B$

اور $B \cap A$ کو ظاہر کرتا ہے۔

$$A \cap B = B \cap A$$

سیٹوں کی یونین اور تقاطع کی خاصیت تلازم وین اشکال میں

When three Sets are Disjoint سیٹوں کا یونین جب تینوں سیٹ غیر متراکب ہوں

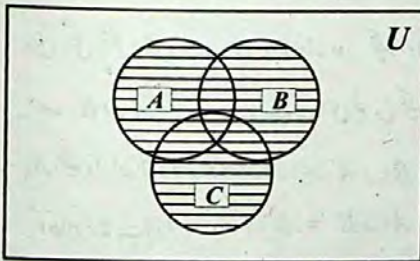


شکل میں لکیر دار حصہ $(A \cup B) \cup C$ اور

$A \cup (B \cup C)$ کو ظاہر کرتا ہے۔

پس $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

When three Sets are Overlapping سیٹوں کا یونین جب تینوں سیٹ متراکب ہوں

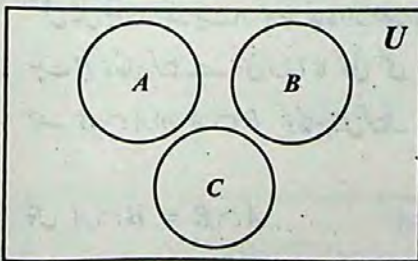


شکل میں لکیر دار حصہ $(A \cup B) \cup C$ اور

$A \cup (B \cup C)$ کو ظاہر کرتا ہے۔

پس $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

When three Sets are Disjoint سیٹوں کا تقاطع جب تینوں سیٹ غیر متراکب ہوں

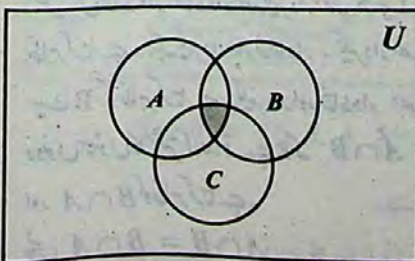


دی ہوئی شکل کا کوئی بھی حصہ $A \cap (B \cap C)$

اور $(A \cap B) \cap C$ ظاہر نہیں کرتا۔

پس $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

When three Sets are overlapping سیٹوں کا تقاطع جب تینوں سیٹ متراکب ہوں



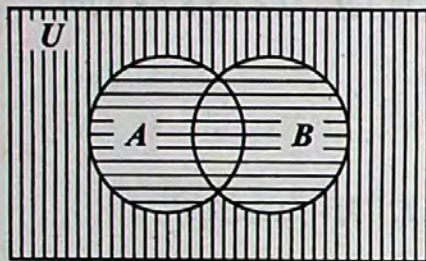
دی ہوئی شکل کا سایہ دار حصہ $A \cap (B \cap C)$

اور $(A \cap B) \cap C$ کو بھی ظاہر کرتا ہے۔

لہذا $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

De Morgan's Laws ڈی مارگن کے قوانین

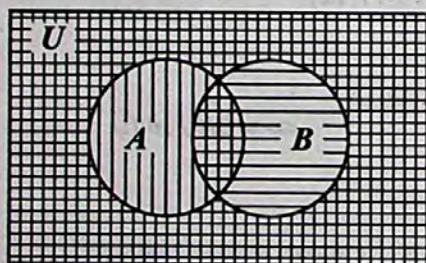
یونیورسل سیٹ U کے دو تہی سیٹوں A اور B کے لئے



$$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c \quad (i)$$

$$(A \cap B)^c = A^c \cup B^c \quad (ii)$$

شکل میں $\equiv$ لائنوں سے ظاہر کیا گیا حصہ $A \cup B$ کو جبکہ $|||$ حصہ $(A \cup B)^c$ کو ظاہر کرتا ہے۔



شکل میں $\equiv$ چیک دار حصہ $A^c \cap B^c$ کو ظاہر کرتا ہے۔ لہذا دونوں اشکال میں $|||$ اور $\equiv$ ایک ہی جگہ ہیں۔

$$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$$

اس کا دوسرا قانون طلبہ کے لیے بطور مشق چھوڑ دیا گیا ہے۔

مثال :- اگر $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$ $A = \{2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10\}$

اور $B = \{2, 3, 5, 7, 9\}$ ہو تو ڈی مارگن کے قوانین ثابت کیجئے۔

حل :- چونکہ $A = \{2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10\}$

$$B = \{2, 3, 5, 7, 9\}$$

$$(a) \quad A \cup B = \{2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10\} \cup \{2, 3, 5, 7, 9\}$$

$$= \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

$$(A \cup B)^c = U - (A \cup B)$$

$$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\} - \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

$$= \{1, 11, 12\} \dots (i)$$

$$A^c = U - A$$

$$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\} - \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

$$= \{1, 11, 12\}$$

$$B^c = U - B$$

$$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\} - \{2, 3, 5, 7, 9\}$$

$$= \{1, 4, 6, 8, 10, 11, 12\}$$

$$A^c \cap B^c = \{1, 11, 12\} \cap \{1, 4, 6, 8, 10, 11, 12\}$$

$$= \{1, 11, 12\} \dots \dots (ii)$$

(i) اور (ii) کی مدد سے

$$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$$

$$(b) \quad A \cap B = \{2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10\} \cap \{2, 3, 5, 7, 9\}$$

$$= \{2, 3, 7, 9\}$$

$$(A \cap B)^c = U - (A \cap B)$$

$$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\} - \{2, 3, 7, 9\}$$

$$= \{1, 4, 5, 6, 8, 10, 11, 12\} \dots \dots (i)$$

$$A^c = U - A$$

$$= \{1, 5, 11, 12\}$$

$$B^c = U - B$$

$$= \{1, 4, 6, 8, 10, 11, 12\}$$

$$A^c \cup B^c = \{1, 4, 6, 8, 10, 11, 12\} \dots \dots (ii)$$

(i) اور (ii) کی مدد سے

$$(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$$

8.1 مشق

1- اگر $A = \{1, 4, 7, 8\}$, $B = \{4, 6, 8, 9\}$ اور $C = \{3, 4, 5, 7\}$ ہو تو درج ذیل معلوم کیجئے۔

(i) $A \cup B$

(ii) $B \cup C$

(iii) $A \cap C$

(iv) $A \cap (B \cap C)$

(v) $(A \cup B) \cup C$

(vi) $(A \cap B) \cap C$

2- اگر $A = \{1, 7, 11, 15, 17, 21\}$, $B = \{11, 17, 19, 23\}$ اور $C = \{2, 3, 5\}$ ہو تو

ثابت کیجئے کہ $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

3- اگر $A = \{2, 4, 6\}$, $B = \{3, 6, 9, 12\}$ اور $C = \{4, 6, 8, 10\}$ ہو تو

ثابت کیجئے کہ $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C$

4- اگر $A = \{2, 3, 5, 7, 9\}$, $B = \{1, 3, 5, 7\}$ اور $C = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ ہو تو

ثابت کیجئے کہ $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

5- اگر $U = \{7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14\}$

$A = \{7, 10, 13, 14\}$

اور $B = \{7, 8, 11, 12\}$ ہو تو

ثابت کیجئے کہ $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$

6- ڈی مارگن کے قوانین ثابت کیجئے اگر $U = \{4, 6, 8, 9, 10\}$, $A = \{4, 6\}$ اور $B = \{6, 8, 9\}$

7- اگر $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $A = \{2, 3, 6, 9\}$

اور $B = \{1, 3, 6, 7, 8\}$ ہو تو

ثابت کیجئے کہ $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$

8- خالی جگہ پُر کیجئے۔

(i) $A \cup A = \underline{\hspace{2cm}}$

(ii) $A \cap A = \underline{\hspace{2cm}}$

(iii) $A \cup \Phi = \underline{\hspace{2cm}}$

(iv) $A \cap \Phi = \underline{\hspace{2cm}}$

(v) $\Phi \cup \Phi = \underline{\hspace{2cm}}$

(vi) $(A \cap B)^c = \underline{\hspace{2cm}}$

(vii) $(A \cup B)^c = \underline{\hspace{2cm}}$

(viii) $(A^c)^c = \underline{\hspace{2cm}}$

(ix) $\Phi \cap \Phi^c = \underline{\hspace{2cm}}$

(x) $A \cap A^c = \underline{\hspace{2cm}}$

8.2 ثنائی ربط BINARY RELATION

دو غیر خالی سیٹ $A = \{1, 2\}$ اور $B = \{3, 4\}$ لیجئے پھر $A \times B = \{(1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4)\}$ جبکہ $A \times B$ سے A کا ریتیسی حاصل ضرب (Cartesian Product) کہلاتا ہے۔ $A \times B$ کے اراکین $(1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4)$ اور $(2, 4)$ مرتب جوڑے کہلاتے ہیں۔

اسی طرح $B \times A = \{(3, 1), (3, 2), (4, 1), (4, 2)\}$ سے A کا ریتیسی حاصل ضرب کہلاتا ہے۔ بالعموم $A \times B \neq B \times A$ درج ذیل $A \times B$ کے تمام تحتی سیٹ (Sub sets) سے B ثنائی روابط (A to B, Binary Relations) کہلاتے ہیں۔

$$R_1 = \{ \}, R_2 = \{(1, 3)\}, R_3 = \{(1, 4)\}$$

$$R_4 = \{(2, 3)\}, R_5 = \{(2, 4)\}, R_6 = \{(1, 3), (1, 4)\}$$

$$R_7 = \{(1, 3), (2, 3)\}, R_8 = \{(1, 3), (2, 4)\}, R_9 = \{(1, 4), (2, 3)\}$$

$$R_{10} = \{(1, 4), (2, 4)\}, R_{11} = \{(2, 3), (2, 4)\}, R_{12} = \{(1, 3), (1, 4), (2, 3)\}$$

$$R_{13} = \{(1, 3), (2, 3), (2, 4)\}, R_{14} = \{(1, 4), (2, 3), (2, 4)\},$$

$$R_{15} = \{(1, 3), (1, 4), (2, 4)\}, R_{16} = \{(1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4)\}.$$

کسی بھی ثنائی ربط کے مرتب جوڑوں کے پہلے مقام کے اراکین پر مشتمل سیٹ اس ثنائی ربط کا ڈومین (Dom) کہلاتا ہے۔ جبکہ مرتب جوڑوں کے دوسرے مقام پر موجود اراکین کا سیٹ اس ثنائی ربط کی رینج (Range) کہلاتا ہے۔ درج ذیل مثال پر غور کیجئے۔

$$A = \{1, 2, 3\}, B = \{3, 4\},$$

$$A \times B = \{(1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4), (3, 3), (3, 4)\}$$

ہم $A \times B$ کا ایک تحتی سیٹ لیتے ہیں۔

$$R_1 = \{(1, 3), (2, 4), (3, 4)\}$$

R_1 ایک ربط یا ثنائی ربط ہے۔

$$R_1 \text{ ڈومین } = \{1, 2, 3\}$$

$$R_1 \text{ رینج } = \{3, 4\}$$

اسی طرح اگر $A = \{4, 5, 6\}$ ہو تو

$$A \times A = \{(4, 4), (4, 5), (4, 6), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 4), (6, 5), (6, 6)\}$$

تو ہم $A \times A$ کا تحتی سیٹ 'R' اس طرح لیتے ہیں کہ

$$R = \{(4, 4), (5, 5), (6, 6)\}$$

$$R \text{ ڈومین } = \{4, 5, 6\}$$

$$R \text{ رینج } = \{4, 5, 6\}$$

مثال :- اگر $C = \{1, 2\}$ ہو تو $C \times C$ میں ثنائی روابط کی تعداد لکھیے۔

حل :-

چونکہ

$$C = \{1, 2\}$$

$$C \times C = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2)\}$$

تو $C \times C$ کے ثنائی روابط کی تعداد 2^4 یا 16 ہوگی۔

8.3 تفاعل FUNCTION

دو سیٹوں A اور B میں اسی طرح کا ثنائی ربط 'f' ایسا ہو کہ

(i) $f' = A$ ڈومین

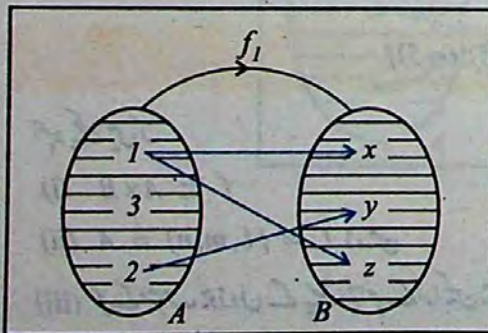
(ii) 'f' کے ہر مرتب جوڑوں کے پہلے مقام کے اراکین میں تکرار (Repetition) نہ ہو۔

تب 'f' کو A سے B کی جانب فنکشن کہتے ہیں اور اسے یوں ظاہر کرتے ہیں۔ $f: A \rightarrow B$

مثال :-

$$A = \{1, 2, 3\}, B = \{x, y, z\}$$

$$A \times B = \{(1, x), (2, x), (3, x), (1, y), (2, y), (3, y), (1, z), (2, z), (3, z)\}$$



درج ذیل دو ثنائی روابط لیجئے۔

$$f_1 = \{(1, x), (2, y), (1, z)\}$$

$$f_2 = \{(1, y), (2, x), (3, y)\}$$

ثنائی ربط f_1 :

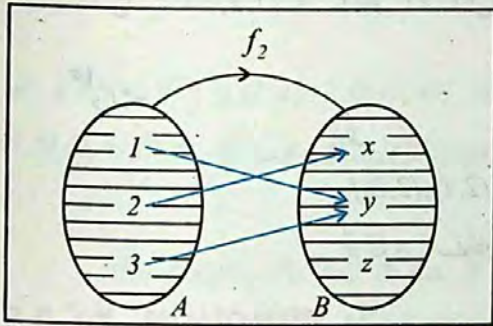
(i) $f_1 \subset A \times B$

(ii) $\text{Dom } f_1 \neq A$

(iii) 'f' کے مرتب جوڑوں $(1, x), (1, z)$ کے پہلے اراکین میں تکرار پائی جاتی ہے۔

لہذا f_1 ایک ثنائی ربط ہے مگر فنکشن نہیں ہے۔

رینج $f_1 = \{x, y, z\}$



ثنائی ربط f_2 :

$$f_2 \subset A \times B \quad (i)$$

$$f_2 = \{1, 2, 3\} = A \quad (ii)$$

(iii) f_2 کے مرتب جوڑوں کے پہلے مقام کے اراکین میں تکرار نہیں پائی جاتی۔

$$f_2 = \{x, y\} \subset B \quad \text{لیکن} \quad f_2 \neq B$$

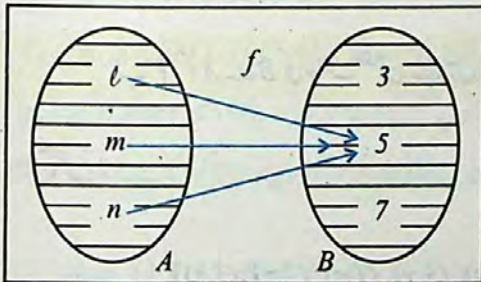
لہذا $f_2 A$ سے B کی جانب فنکشن ہے۔

ان ٹو فنکشن Into Function

اگر f ، A سے B کی جانب فنکشن ہو۔

$$f \subset B \quad \text{مگر} \quad f \neq B$$

تو f کو A ان ٹو B فنکشن کہتے ہیں۔



مثال :-

$$A = \{l, m, n\}, \quad B = \{3, 5, 7\}$$

$$A \times B = \{(l, 3), (l, 5), (l, 7),$$

$$(m, 3), (m, 5), (m, 7),$$

$$(n, 3), (n, 5), (n, 7)\}$$

ایک ثنائی ربط 'f' لیا۔

$$f = \{(l, 5), (m, 5), (n, 5)\}$$

ہم دیکھتے ہیں کہ

$$f \subset A \times B \quad (i)$$

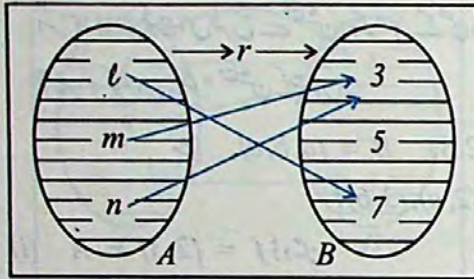
$$f = \{l, m, n\} = A \quad (ii)$$

(iii) f کے مرتب جوڑوں کے پہلے مقام کے اراکین میں تکرار نہیں پائی جاتی۔ یا یوں کہ سیٹ A کا ہر ایک رکن ایک اور صرف ایک مرتبہ سیٹ B کے ایک رکن سے جوڑا گیا ہے۔

$$f = \{5\} \subset B \quad \text{لیکن} \quad f \neq B \quad (iv)$$

لہذا 'f' "A ان ٹو B" فنکشن ہے۔

ایک اور ثنائی ربط 'r' پر غور کیجئے۔ جو کہ یوں ہے۔



$$r = \{(l, 7), (m, 3), (n, 3)\}.$$

$$r \subset A \times B \quad (i)$$

$$\text{ڈومین } r = \{l, m, n\} = A \quad (ii)$$

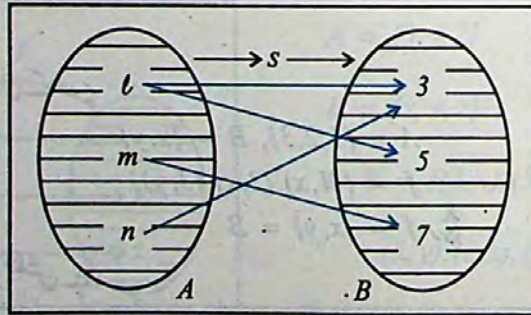
(iii) مرتب جوڑوں میں سیٹ A کے ہر ایک رکن کو سیٹ B کے ارکان سے جوڑا گیا ہے۔
یعنی کے r کے کسی دو مرتب جوڑوں کے پہلے مقام کے اراکین میں تکرار نہیں پائی جاتی۔

$$\text{ریج } r = \{3, 7\} \neq B \quad (iv)$$

لہذا 'r' A ان ٹو B فنکشن ہے۔

آئیے سیٹ 'S' A سے B کی جانب ایک اور ثنائی ربط لیتے ہیں۔

$$S = \{(l, 3), (l, 5), (m, 7), (n, 3)\}$$



$$S \subset A \times B \quad (i)$$

$$\text{Dom } S = \{l, m, n\} = A \quad (ii)$$

(iii) مرتب جوڑوں (l, 3), (l, 5), (m, 7) میں پہلے رکن 'l' کی تکرار ہے یعنی $l \in A$ کو
 $3, 5 \in B$ کے دو اراکین سے جوڑا گیا ہے۔

لہذا 'S' ایک فنکشن نہیں ہے۔

انجیکٹو فنکشن Injective Function

اگر 'f' A سے B میں اس طرح سے فنکشن ہو کہ 'f' کے کسی دو مرتب جوڑوں کے دوسرے مقام کے اراکین ایک جیسے نہ ہوں۔
تو پھر 'f' کو "انجیکٹو فنکشن" کہتے ہیں۔

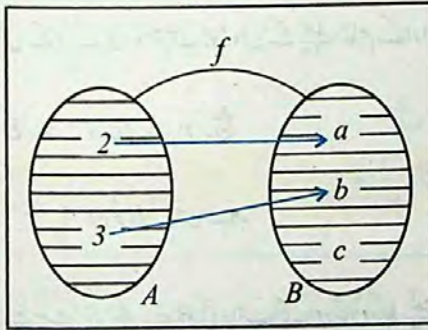
$$A = \{2, 3\}, B = \{a, b, c\}, \text{ مثلاً}$$

$$f = \{(2, a), (3, b)\}$$

$$f \text{ ڈومین } = \{2, 3\} = A \quad (i)$$

(ii) f کے مرتب جوڑوں کے پہلے مقام کے اراکین میں تکرار نہیں پائی جاتی۔

$$f \text{ رینج } \neq B \quad (iii)$$



لہذا 'f' A سے B میں انجیکٹو فنکشن ہے۔

(iv) f کے مرتب جوڑوں کے دوسرے مقام کے

اراکین ایک جیسے نہیں (تکرار نہیں پائی جاتی)

پس 'f' ون-ون ہے۔ لہذا 'f' انجیکٹو فنکشن ہے۔

آنٹو فنکشن Surjective Function

اگر 'f' A سے B میں ایسا فنکشن ہو کہ 'f' کی رینج سیٹ B کے برابر ہو یعنی $f \text{ رینج } = B$ تب 'f' A سے B میں آنٹو فنکشن کہلاتا ہے۔

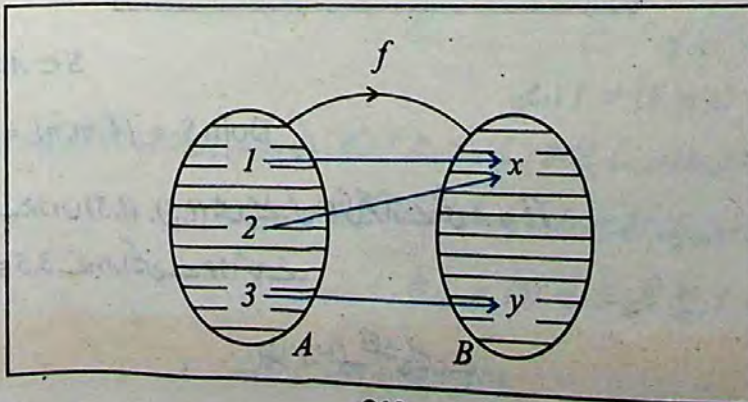
مثال کے طور پر

$$A = \{1, 2, 3\}, B = \{x, y\}$$

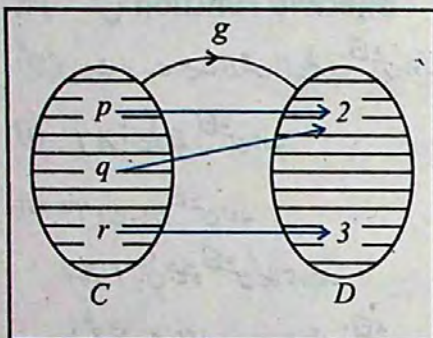
$$f = \{(1, x), (2, x), (3, y)\}$$

$$f \text{ رینج } = \{x, y\} = B$$

لہذا 'f' A سے B میں آنٹو فنکشن ہے۔



مثال :- فرض کیا



$$C = \{p, q, r\}$$

$$D = \{2, 3\}$$

$$C \times D = \{(p, 2), (q, 2), (r, 2), (p, 3), (q, 3), (r, 3)\}$$

$$g = \{(p, 2), (q, 2), (r, 3)\}$$

$$\text{ڈومین } g = \{p, q, r\} \quad (i)$$

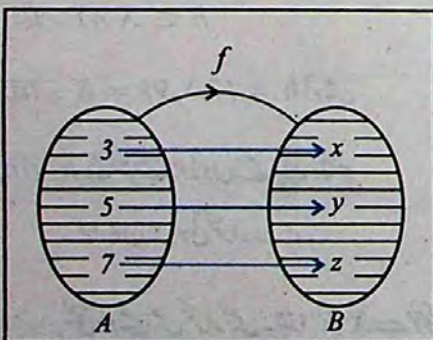
(ii) g کے کسی بھی دو مرتب جوڑوں کے پہلے ارکان میں تکرار نہیں پائی جاتی ہے۔

لہذا $D \subseteq C, g$ کی جانب فنکشن ہے۔

$$\text{رنج } (g) = D \quad (iii)$$

پس 'g'، C آن ٹو D فنکشن ہے۔

مثال :- فرض کیا



$$A = \{3, 5, 7\}$$

$$B = \{x, y, z\}$$

$$A \times B = \{(3, x), (3, y), (3, z), (5, x), (5, y), (5, z), (7, x), (7, y), (7, z)\}$$

$$f = \{(3, x), (5, y), (7, z)\}$$

$$\text{ڈومین } f = \{3, 5, 7\} = A \quad (i)$$

(ii) 'f' کے کسی بھی دو مرتب جوڑوں کے پہلے مقام کے ارکان میں تکرار نہیں پائی جاتی ہے۔

لہذا 'f' A سے B فنکشن ہے۔

$$\text{رنج } f = B \quad (iii)$$

پس 'f' A آن ٹو B فنکشن ہے۔

بائی جیکٹو فنکشن Bijjective Function

اگر 'f' سیٹ A سے سیٹ B میں اس طرح فنکشن ہو کہ

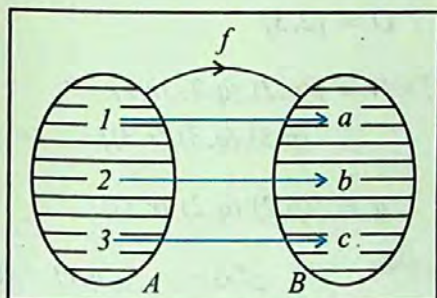
(i) 'f' A آن ٹو B فنکشن ہو۔

(ii) 'f' ون۔ ون فنکشن ہو۔

تو پھر 'f' بائی جیکٹو فنکشن کہلاتا ہے۔

دی گئی شکل میں 'f' ون۔ ون اور آن ٹو فنکشن ہے۔

$$f = \{(1, a), (2, b), (3, c)\}$$



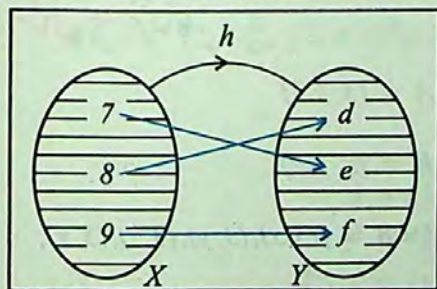
مثال :- فرض کیا

$$X = \{7, 8, 9\}, Y = \{d, e, f\}$$

$$X \times Y = \{(7, d), (8, d), (9, d), (7, e), (8, e), (9, e), (7, f), (8, f), (9, f)\}$$

$$h = \{(7, e), (8, d), (9, f)\}$$

اور



$$h \subset X \times Y \quad (i)$$

$$h = \{7, 8, 9\} = X \quad (ii)$$

(iii) 'h' کے مرتب جوڑوں کے پہلے مقام

کے ارکان میں کوئی تکرار نہ ہے۔

یعنی ڈومین میں تکرار نہیں۔ لہذا 'h' X سے Y کی جانب فنکشن ہے۔

$$h = Y = \{d, e, f\} \quad (iv)$$

پس 'h' X آن ٹو Y فنکشن ہے۔

(v) مرتب جوڑوں کے دوسرے مقام کے ارکان جو کہ Y سے ہیں میں تکرار نہیں ہے۔

لہذا 'h' (ون۔ ون) فنکشن ہے۔ اس لیے 'h' بائی جیکٹو فنکشن ہے۔

8.2 مشق

1- اگر $B = \{1, 3\}$ ، $A = \{3, 5, 6\}$ ہو تو $A \times B$ اور $B \times A$ معلوم کیجئے۔

اور خود سے دو دو ثنائی روابط لکھ کر ان کی ڈومین اور رینج معلوم کیجئے۔

2- اگر $A = \{-2, 1, 4\}$ تو A میں دو ثنائی روابط لکھ کر ان کی ڈومین اور رینج لکھیے۔

3- مندرجہ ذیل میں ہر ایک کے ممکن ثنائی روابط کی تعداد لکھیے۔

(i) $C \times C$ میں جبکہ C کے ارکان کی تعداد 3 ہے۔

(ii) $A \times B$ میں جبکہ A میں 3 ارکان اور B میں 4 ارکان ہوں۔

4- اگر $L = \{1, 2, 3\}$ اور $M = \{2, 3, 4\}$ ہو تو 'R' ثنائی ربط ایسا لکھیے کہ:

$R = \{(x, y) \mid x \in L, y \in M \wedge y \leq x\}$ اور R کی ڈومین اور رینج بھی لکھیے۔

5- اگر $X = \{0, 3, 5\}$ اور $Y = \{2, 4, 8\}$ ہو تو $X \times Y$ میں چار ثنائی روابط لکھیے۔

6- اگر $A = \{a, b, c\}$ اور $B = \{2, 4, 6\}$ اور $f = \{(a, 4), (b, 4), (c, 4)\}$

ایک $A \times B$ سے ثنائی ربط ہو تو ثابت کیجئے کہ 'f' ان ٹو فنکشن ہے۔

7- اگر $A = \{l, m, n\}$ اور $B = \{1, 2, 3\}$ اور $g = \{(l, 3), (m, 1), (n, 1)\}$

ایک $A \times B$ سے ثنائی ربط ہو تو ثابت کیجئے کہ 'g' ان ٹو فنکشن ہے۔

8- اگر $A = \{1, 3, 5\}$ اور $B = \{x, y, z\}$ اور $g = \{(1, x), (3, y), (5, z)\}$

ایک $A \times B$ سے ثنائی ربط ہو تو ثابت کیجئے کہ 'g' ان ٹو فنکشن ہے۔

جائزہ مشق 8

1۔ صحیح جواب کے گرد دائرہ لگائیے۔

(i) اگر A اور B دو سیٹ ہوں تو $A \cup B = ?$

- (a) Φ (b) $B \cup A$ (c) $A \cap B$ (d) $B \cap A$

(ii) اگر A اور B دو متراکب (Overlapping) سیٹ ہوں تو $A \cap B = ?$

- (a) Φ (b) $B \cap A$ (c) $A \cap B$ (d) $B \cup A$

(iii) دو سیٹوں A اور B کے لیے $A \cup B = B \cup A$ کہلاتا ہے۔

- (a) خاصیت مبادلہ (b) خاصیت تلازم (c) ڈی مارگن کا قانون (d) دو سیٹوں کا کیمینٹ

(iv) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C$ کہلاتی ہے۔

- (a) خاصیت مبادلہ (b) خاصیت تلازم (c) ڈی مارگن کا قانون (d) سیٹوں کا تقاطع

(v) اگر $A = \{4\}$, $U = \{1, 2, 3, 4\}$ تو $A^c = ?$

- (a) $\{1, 2, 3\}$ (b) Φ (c) $\{1\}$ (d) $\{1, 2, 3, 4\}$

(vi) اگر $A = \{1\}$, $U = \{1, 2, 3\}$ تو $U - A = ?$

- (a) $\{2, 3\}$ (b) $\{1, 2\}$ (c) $\{1, 3\}$ (d) Φ

(vii) $(A \cup B)^c = ?$

- (a) $A^c \cup B^c$ (b) $A^c \cap B^c$ (c) $(A \cap B)^c$ (d) Φ

(viii) $(A \cap B)^c = ?$

- (a) $A^c \cap B^c$ (b) $A^c \cup B^c$ (c) $A \cap B$ (d) $A \cup B$

(ix) اگر $R = \{(4, 5), (5, 4), (5, 6), (6, 4)\}$ تو R کی ڈومین $(R) = ?$

- (a) $\{4, 6\}$ (b) $\{4, 5\}$ (c) $\{4, 5, 6\}$ (d) $\{5, 6\}$

(x) اگر $R = \{(4, 5), (5, 4), (5, 6), (6, 4)\}$ تو R کی رینج $(R) = ?$

- (a) $\{4\}$ (b) $\{5\}$ (c) $\{6\}$ (d) $\{4, 5, 6\}$

2- خالی جگہ پُر کیجئے۔

(i) $(A \cup B)' = \underline{\hspace{2cm}}$

(ii) $(A \cap B)' = \underline{\hspace{2cm}}$

(iii) $A \cup (B \cap C) = \underline{\hspace{2cm}}$

(iv) $A \cap (B \cup C) = \underline{\hspace{2cm}}$

(v) اگر A اور B دو سیٹ ہوں تو $A \cup B = B \cup A$ _____ کہلاتی ہے۔

(vi) اگر A اور B دو سیٹ ہوں تو $A \cap B = B \cap A$ _____ کہلاتی ہے۔

(vii) دو سیٹوں کے کارٹسی حاصل ضرب کا تحتی سیٹ _____ کہلاتا ہے۔

(viii) اگر $R_1 = \{(1, 2), (3, 4), (5, 6)\}$ ہو تو R_1 کی ڈومین _____ ہے۔

(ix) اگر $R_1 = \{(1, 2), (3, 4), (5, 6)\}$ ہو تو R_1 کی رینج _____ ہے۔

(x) اگر $f: A \rightarrow B$ ہو تو سیٹ A کے ہر رکن کی امیج _____ میں ہوگی۔

3- اگر $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{2, 3, 4, 6\}$ اور $C = \{2, 3, 4, 7, 8, 9\}$ ہو تو ثابت کیجئے کہ

$$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$$

4- اگر $A = \{2, 3, 4\}$, $B = \{3, 6, 9, 12\}$ اور $C = \{4, 6, 8, 10\}$ ہو تو ثابت کیجئے کہ

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C$$

5- اگر $A = \{2, 3, 4\}$ اور $B = \{1, 3\}$ ہو تو $A \times B$ اور $B \times A$ لکھیے۔ نیز ان میں دو، دو ثنائی روابط بھی بنائیے۔

6- درج ذیل میں ممکن ثنائی روابط کی تعداد لکھیے۔

(i) $C \times C$ میں اگر C میں ارکان کی تعداد 4 ہو۔

(ii) $A \times B$ میں اگر A میں 2 اور B میں 3 ارکان ہوں۔

7- اگر $R = \{(a, b) : a, b \in W, 3a + 2b = 16\}$ ہو تو R کی ڈومین اور رینج لکھیے۔

خلاصہ

✦ واضح اور جدا جدا اشیاء کے اجتماع یا اکٹھ کو سیٹ کہتے ہیں۔

$$N = \{1, 2, 3, \dots\} \quad \text{قدرتی اعداد کا سیٹ}$$

$$W = \{0, 1, 2, 3, \dots\} \quad \text{مکمل اعداد کا سیٹ}$$

$$Z = \{\dots -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\} \quad \text{صحیح اعداد کا سیٹ}$$

$$Q = \left\{ \frac{p}{q} \mid p, q \in Z, q \neq 0 \right\} \quad \text{ناطق اعداد کا سیٹ}$$

$$Q' \quad \text{غیر ناطق اعداد کا سیٹ}$$

$$R = Q \cup Q' \quad \text{حقیقی اعداد کا سیٹ}$$

✦ اگر زیر بحث سیٹ اس طرح سے ہوں کہ ان میں ایک ایسا سیٹ ہو جو ان تمام سیٹوں کا فوقی (سپر) سیٹ ہو تو ایسا سیٹ یونیورسل سیٹ کہلاتا ہے جسے علامت 'U' سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

✦ اگر سیٹ A کسی یونیورسل سیٹ U کا حتمی سیٹ ہو تو A کا مکملیمٹ جسے A'، A^c سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ U کے ان تمام ارکان پر مشتمل ہوتا ہے جو A میں نہ ہوں اسے ہم A کا مکملیمٹ کہتے ہیں۔

✦ اگر A اور B کوئی سے دو سیٹ ہوں تو کارتمی ضرب A × B کا ہر حتمی سیٹ A سے B کی جانب ثنائی ربط کہلاتا ہے۔

✦ ایک ثنائی ربط 'f' دو غیر خالی سیٹوں A اور B کے درمیان اس طرح ہو کہ

$$(i) \quad f = A \text{ ڈومین}$$

(ii) ثنائی ربط 'f' کوئی سے بھی دو مرتب جوڑوں کے پہلے مقام کے ارکان میں تکرار نہ ہو تو 'f' کو A سے B کا فنکشن کہتے ہیں۔

✦ دو سیٹوں A اور B کے یونین سے مراد ان ارکان کا سیٹ ہے جو یا تو A میں یا B میں ہوں اسے A ∪ B سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

✦ دو سیٹوں A اور B کا تقاطع جسے A ∩ B سے ظاہر کیا جاتا ہے، سے مراد ایسا سیٹ ہے جو A اور B دونوں کے مشترک ارکان پر مشتمل ہو۔

✦ اگر A اور B دو سیٹ ہوں تو A سے B کے فرق سے مراد A کے ان ارکان کا سیٹ جو سیٹ B میں نہ ہوں

اسے علامتی طور پر (A - B) سے ظاہر کیا جاتا ہے۔