یونٹ

10

بنیادی شماریات
BASIC STATISTICS

- تعددی تقسیم
- مجموعی تعدد
- مرکزی رجحان کی پیمائش
- انتشار کی پیمائش

اس یونٹ کو پڑھنے کے بعد طلباء اس قابل ہو جائیں گے کہ وہ یہ جان سکیں:

- کہ گروہی/جماعتی تعددی جدول کیسے تیار کیے جاتے ہیں۔
- کہ برابر اور نابرابر جماعتی وقفہ کے ساتھ ہسٹوگرام کیسے تیار ہوتے ہیں۔
- کہ تعددی کثیر الاضلاع کیسے بنتی ہے۔
- کہ مجموعی تعدد والی جدول کیسے بنتا ہے۔
- کہ مجموعی تعددی کثیر الاضلاع کیسے بنتی ہے۔
- کہ گروہی اور غیر گروہی مواد کیسے حاصل ہوتا ہے۔
  - کہ تعریف کے مطابق حسابی اوسط فرضی اوسط سے انحراف کا استعمال کیسے ہوتا ہے۔
  - کہ وسطانیہ، اعادہ، حسابی اوسط اور ہم آہنگ اوسط کیسے حل کرتے ہیں۔
- کہ حسابی وسط کی خصوصیات کیا ہیں۔
- کہ اوزانی اوسط، وسط اور متحرک اوسط کیسے نکالے جاتے ہیں۔
- کہ وسطانیہ، چوتھائیوں اور اعادہ کا بذریعہ گراف تخمینہ کیسے لگاتے ہیں۔
- کہ وسعت، تغیریت اور معیاری انحراف کی پیمائش کیسے کرتے ہیں۔

10.1 تعددی پھیلاؤ FREQUENCY DISTRIBUTION

تعدد Frequency

جتنی مرتبہ دیے گئے مواد میں کوئی قدر پائی جاتی ہے۔ وہی اس کا تعدد یا فریکوینسی کہلاتا ہے۔ مثال کے طور پر 10% سے 20% نمبر حاصل کرنیوالے طلباء '3' ہوں تو 3 اس گروہ کا تعدد کہلاتا ہے۔ اگر 5 طلباء 20% تا 30% نمبر حاصل کرنیوالے ہوں تو اس گروہ کا تعدد 5 ہوگا۔

تعددی جدول Frequency Table

ایسا جدول جس میں ہر سکور/قدر کا تعدد دیا گیا ہو تعددی جدول کہلاتا ہے۔

10.1.1 گروہی تعددی جدول Grouped Frequency Table

مقامی محکمہ صحت 5 سال کی عمر کے اپنے علاقے کے بچوں کے قد کے متعلق معلومات حاصل کرنا چاہتا ہے۔ اپنے پہلے دورے میں ٹیم 90 بچوں کے قدوں کا ریکارڈ سینٹی میٹر میں دیئے گئے جدول کے مطابق حاصل کرتی ہے۔

99	107	102	98	115	95	106	110	108	105
118	102	114	108	94	104	113	102	105	95
105	110	109	101	106	108	107	107	101	109
108	105	116	109	114	110	97	110	113	116
112	101	92	105	104	115	111	103	110	99
93	104	103	113	107	94	102	117	116	104
99	114	106	114	98	109	107	104	106	107
109	113	112	100	109	113	118	104	94	114
107	96	108	103	112	106	115	111	115	101

اس جدول میں بچوں کے قد کسی ترتیب کے بغیر لکھے گئے ہیں یعنی جیسے جیسے جو بچہ میڈیکل چیکنگ کے لیے آتا گیا اس کا قد ریکارڈ کر لیا گیا۔ ہمیں واضح نتائج کی خاطر اس ڈیٹا کو خاص ترتیب میں لکھنا ہے۔ ہم قدوں کو کچھ اس طرح گروہوں میں لکھتے ہیں۔

100; سینٹی میٹر تا 104 سینٹی میٹر　　95; سینٹی میٹر تا 99 سینٹی میٹر　　90; سینٹی میٹر تا 94 سینٹی میٹر

115 سینٹی میٹر تا 119 سینٹی میٹر　　110; سینٹی میٹر تا 114 سینٹی میٹر　　105; سینٹی میٹر تا 109 سینٹی میٹر

قدوں کو ان کی عددی قیمت کے مطابق ترتیب دیا گیا ہے۔ ہر ایک گروہ میں قدوں کی تعداد گن کر درج ذیل جدول میں لکھا گیا ہے۔

قد سینٹی میٹر میں	موازنہ	تعداد
90 – 94	𝍸	5
95 – 99	𝍸 IIII	9
100 – 104	𝍸 𝍸 𝍸 II	17
105 – 109	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 III	28
110 – 114	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 I	21
115 – 119	𝍸 𝍸	10
		کل میزان: 90

10.1.2 کالمی نقشہ Histogram

جب ہم کالمی نقشہ اس طرح بناتے ہیں کہ ہر کالم کا رقبہ اس گروہ کے تعدد کے راست متناسب ہو تو ایسے نقشہ کو کالمی نقشہ (Histogram) کہتے ہیں۔

مساوی جماعتی وقفوں کے لیے کالمی نقشہ Histogram with equal class intervals

درج ذیل مثالوں پر غور کیجئے۔

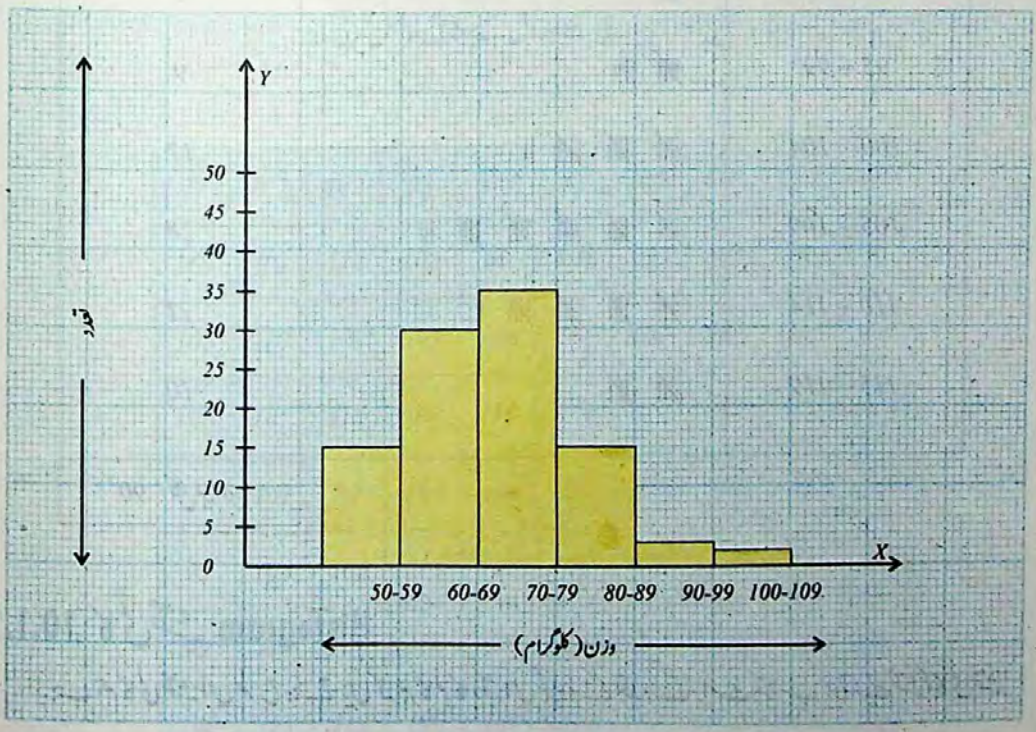
مثال :- مندرجہ ذیل مساوی جماعتی وقفوں کی جدول کا کالمی نقشہ تیار کیجئے۔

اوزان (کلوگرام میں)	50 – 59	60 – 69	70 – 79	80 – 89	90 – 99	100 – 109
تعداد	15	30	35	15	3	2
					کل تعداد : 100	

حل :- مندرجہ ذیل کالمی نقشہ تعددی جدول کی وضاحت کرتا ہے۔

(i) اوزان (کلوگرام میں) X۔محور پر مبداء 'O' کی دائیں جانب۔ جبکہ تعدد X۔محور کے اوپر Y۔محور کے ساتھ لیا گیا ہے۔

(ii) X۔محور پر ایک بڑا مربع =10 کلوگرام وزن۔ جبکہ Y۔محور پر ایک بڑا مربع =10 تعدد۔



ہر کالم کا رقبہ اس جماعت کے تعدد کے راست متناسب ہے۔

شکل ایک مساوی کالمی نقشہ ہے۔ ہر جماعت کا جماعتی وقفہ یکساں ہے لہٰذا ہر کالم کی چوڑائی یکساں ہے۔ لہٰذا ہر کالم کا رقبہ اس جماعت کے ارکان کی تعداد کے متناسب ہے۔

غیر مساوی جماعتی وقفوں کے لیے کالمی نقشہ Histogram with unequal class intervals

مثال :-

درج ذیل تعددی جدول میں 100 آدمیوں کی ماہانہ تنخواہ کا جائزہ پیش کیا گیا۔

تنخواہ روپوں میں	0 – 1999	2000 – 3999	4000 – 5999	6000 – 9999	10000 – 19999
تعدد	20	36	25	14	5

حل :- جماعتی وقفے مساوی نہیں ہیں۔

پہلی تین جماعتوں میں وقفہ 2000 روپے کا ہے۔

چوتھی جماعت کا وقفہ 4000 روپے کا ہے جو کہ پہلی تین کے وقفے کا دوگنا ہے۔

پانچویں جماعت کا وقفہ 10,000 روپے ہے۔ جو کہ پہلی تین کے وقفے سے پانچ گنا ہے۔

اس گروہی تقسیم کو ہسٹوگرام پر ظاہر کرنے کے لئے ہم پہلے تین کالموں کی چوڑائی یکساں رکھتے ہیں۔

چوتھے کالم کی چوڑائی پہلے تین کالموں کی نسبت دوگنا رکھتے ہیں۔

پانچویں کالم کی چوڑائی پہلے تین کالموں کی نسبت پانچ گنا رکھتے ہیں۔

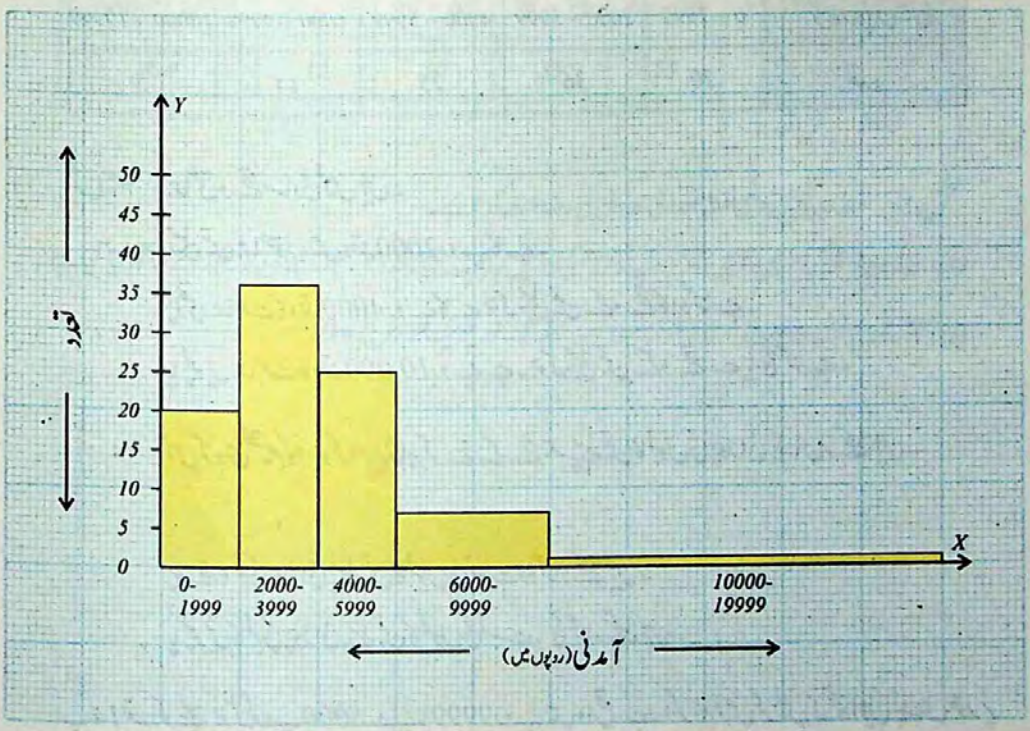
اب 14 تعدد کو لیجئے جو کہ گروپ 6000 روپے تا 9999 روپے میں واقع ہے۔ اگر ہم فرض کر لیں کہ تنخواہیں یکساں طور پر بڑھتی ہیں تو اس سے مراد یہ ہے کہ

سات افراد کی تنخواہ 6000 روپے سے 7999 روپے کے درمیان ہے۔

اور مزید سات افراد کی تنخواہ 8000 روپے سے 9999 روپے کے درمیان ہے۔

لہٰذا چوتھا کالم باقی تمام کالموں کے بالمقابل 7 یونٹس اونچا ہے۔ کیونکہ اس کالم کی چوڑائی دوسرے گروپ کے مقابلے میں دوگنا ہے۔ اس کا رقبہ اس کے تعدد کے متناسب بنتا ہے۔

اگر ہم یہ بھی تصور کریں کہ پانچویں گروپ میں آمدنی کو گروپ میں یکساں طور پر پھیلایا گیا ہے تب تو ہر ذیلی گروپ میں صرف ایک آدمی 2000 روپے والے وقفہ میں آتا ہے۔ اس لیے پانچواں کالم تمام گروپ سے ایک یونٹ اونچا بنتا ہے۔ پانچویں کالم کا رقبہ اس کے تعدد کے متناسب ہوگا۔



نوٹ۔ ہم عمودی محور کو تعدد کے اظہار کے لئے استعمال نہیں کرتے کیونکہ کالم کا رقبہ جو کہ تعدد کو ظاہر کرتا ہے نہ کہ اس کی بلندی۔

10.1.3 تعددی کثیر الاضلاع Frequency Polygon

تعددی کثیر الاضلاع بہت سارے اضلاع سے مل کر بننے والی بند شکل ہوتی ہے جسے بنانے کے لیے ہر گروہ کے کلاس مارک (کلاس/گروپ کا وسطی نقطہ) تعدد کے بالمقابل رکھ کر گراف پیپر پر نقاط لگائے جاتے ہیں۔ پھر ان نقاط کو سیدھی لائنوں سے ملا دیا جاتا ہے۔ تعددی کثیر الاضلاع ہسٹوگرام کی مستطیلوں کے اوپر کے اضلاع کے وسطی نقاط کو بھی ملانے سے حاصل ہوتی ہے۔

مثال :- تعددی جدول میں مواد وزن گھٹاؤ پروگرام میں 40 شرکاء کا وزن دیا گیا ہے۔

دیئے گئے ڈیٹا کو استعمال کر کے ظاہر کیجئے۔

(i) ہسٹوگرام (ii) تعددی کثیر الاضلاع سے ظاہر کریں۔

جماعتی وقفے	تعدد
60 —— 70	2
70 —— 80	5
80 —— 90	9
90 —— 100	12
100 —— 110	7
110 —— 120	3
120 —— 130	2
	میزان : 40

حل :-

(i) گراف پیپر پر محور بنایئے (x۔محور، y۔محور)

(ii) گراف کا عنوان لکھئے۔

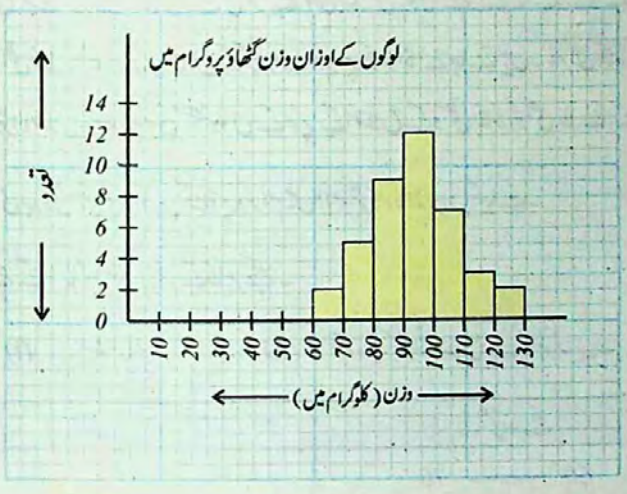
(iii) افقی x۔محور پر وزن (کلوگرام) میں اور عمودی y۔محور پر تعدد لکھئے

(iv) افقی اور عمودی محوروں کے لیے سکیل مقرر کیجئے۔

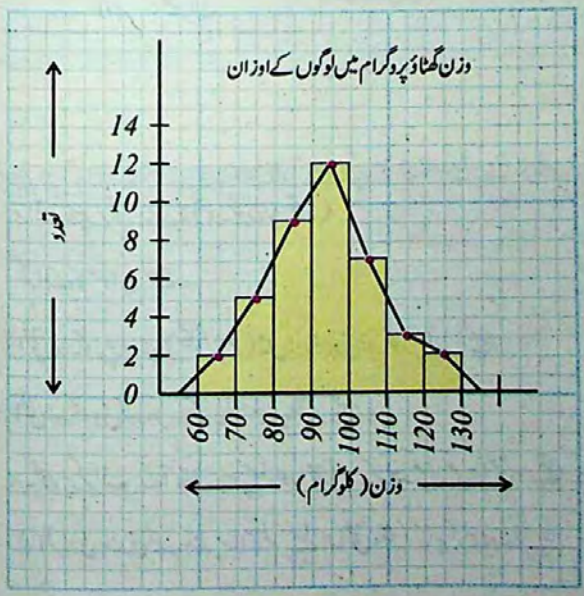
(v) x۔محور پر گراف کے آغاز سے پہلے اور اختتام کے بعد کم از کم جماعتی وقفے سے آدھی لمبائی چھوڑ دیجئے۔

(vi) 2 افراد کی بلندی تک بلند پہلا کالم پہلے جماعتی وقفہ کو ظاہر کرتا ہوا بنایئے۔

جز (iii) کو ایک جماعتی وقفہ کے لیے دہرایئے۔



(ii) مندرجہ بالا ہسٹوگرام A کی تمام مستطیلوں کے اوپر والے اضلاع کے وسطی نقاط کی نشاندہی کیجئے۔ ان وسطی نقاط کو سیدھے خطوط سے اسطرح ملا کر پہلے کالم سے پہلے والے کالم کے وسطی نقطہ اور کالم کے وسطی نقطہ کو بذ۔ محور پر جا ملائیں اور یوں ایک بند کثیر الاضلاع حاصل ہوتی ہے۔



مشق 10.1

1- ایک جونیئر سکول کے 50 طلباء نے سکول کمپیوٹر کلب میں شمولیت اختیار کی۔ ان کی عمروں کا بنایا گیا ریکارڈ درج ذیل ہے۔

10	8	9	10	7	8	8	11	10	9
7	8	9	9	10	11	11	10	9	8
8	7	9	7	10	7	10	8	9	11
10	11	8	10	9	8	9	7	11	10
9	10	10	11	10	11	7	11	10	9

تعددی جدول بنایئے جو کہ ہر عمر کے عدد کو ظاہر کرے۔ اس معلومات کو کالم چارٹ سے ظاہر کیجئے۔

2- مقامی مچھلی اور چپس کی دوکان پر ایک ہفتہ کی شام 56 گاہک آئے۔ انہوں نے دِی گئی رقوم خرچ کیں۔

270	110	45	96	250	490	325	45
382	136	125	450	420	380	150	250
85	250	320	525	218	210	216	120
155	430	250	40	510	150	510	245
320	120	316	150	260	45	180	310
273	280	85	280	318	45	210	282
462	316	218	316	325	45	560	315

گروپوں 99–0 روپے، 199–100 روپے، 299–200 روپے، 399–300 روپے، 400–499 روپے، 599–500 روپے کو استعمال کرتے ہوئے تعددی جدول تیار کیجئے اور مواد کو کالم/بار چارٹ میں ظاہر کیجئے۔

3- ایک میلے میں فروخت کیے گئے 30 پاپ کارن کے بیگوں کے اوزان گرام میں دیئے گئے ہیں۔

69	83	75	65	68	68	73	70	80	79
70	76	63	86	69	65	66	74	86	68
70	60	67	74	65	65	67	88	81	63

بار چارٹ بنا کر مواد کو ظاہر کیجئے۔

10.2 مجموعی تعدد CUMULATIVE FREQUENCY

مجموعی تعدد (Cumulative Frequency) کسی بھی قدر سے پہلی قدروں کے تعددات کے مجموعے کو ظاہر کرتا ہے۔ اس کی وضاحت درج ذیل مثال سے ہوتی ہے۔

مثال 1:-

نویں جماعت کے تمام طلباء نے ریاضی کا امتحان دیا۔ یہاں ان کے فیصد نمبر دیے گئے ہیں جو کہ 10 جماعتی وقفوں میں منقسم ہیں۔ ان کے مجموعی تعددات معلوم کریں۔

فیصد نمبر	تعدد
1 – 10	3
11 – 20	6
21 – 30	11
31 – 40	13
41 – 50	18
51 – 60	24
61 – 70	14
71 – 80	6
81 – 90	3
91 – 100	2
	100 : میزان تعدد

(i) کتنے طلباء نے 10% یا اس کے کم نمبر حاصل کیے؟

(ii) کتنے طلباء نے 20% یا اس کے کم نمبر حاصل کیے؟

(iii) کتنے طلباء نے 30% یا اس کے کم نمبر حاصل کیے؟

(iv) کتنے طلباء نے 40% یا اس کے کم نمبر حاصل کیے؟

(v) کتنے طلباء نے 50% یا اس کے کم نمبر حاصل کیے؟

(vi) کتنے طلباء نے 60% یا اس کے کم نمبر حاصل کیے؟

(vii) کتنے طلباء نے 70% یا اس کے کم نمبر حاصل کیے؟

(viii) کتنے طلباء نے 80% یا اس کے کم نمبر حاصل کیے؟

(ix) کتنے طلباء نے 90% یا اس کے کم نمبر حاصل کیے؟

(x) کتنے طلباء نے 100% یا اس کے کم نمبر حاصل کیے؟

حل:-

درج ذیل جدول اجتماعی تعددات کو ظاہر کرتا ہے۔

فیصد نمبر	مجموعی تعدد	
10% یا کم	3	3
20% یا کم	9	3 + 6 = 9
30% یا کم	20	9 + 11 = 20
40% یا کم	33	20 + 13 = 33
50% یا کم	51	33 + 18 = 51
60% یا کم	75	51 + 24 = 75
70% یا کم	89	75 + 14 = 89
80% یا کم	95	89 + 6 = 95
90% یا کم	98	95 + 3 = 98
100% یا کم	100	98 + 2 = 100

مثال 2:- سائنس کے ٹیسٹ میں حاصل کردہ نمبروں کا جدول دیا گیا ہے۔ مجموعی تعدد مکمل کیجئے۔

نمبر	تعدد	نمبرز	مجموعی تعدد
1 – 10	5	10 یا کم	
11 – 20	6	20 یا کم	
21 – 30	8	30 یا کم	
31 – 40	16	40 یا کم	
41 – 50	23	50 یا کم	
51 – 60	18	60 یا کم	
61 – 70	12	70 یا کم	
71 – 80	10	80 یا کم	
81 – 90	2	90 یا کم	
91 – 100	0	100 یا کم	

حل:-

نمبروں کا وقفہ	تعدد	حاصل کردہ نمبر	مجموعی تعدد
1 – 10	5	10 یا کم	5
11 – 20	6	20 یا کم	11
21 – 30	8	30 یا کم	19
31 – 40	16	40 یا کم	35
41 – 50	23	50 یا کم	58
51 – 60	18	60 یا کم	76
61 – 70	12	70 یا کم	88
71 – 80	10	80 یا کم	98
81 – 90	2	90 یا کم	100
91 – 100	0	100 یا کم	100

10.2.2 مجموعی تعدد والی کثیر الاضلاع Cumulative Frequency Polygon

جب مجموعی تعدد کو آخری نقاط کے متعلقہ جماعتی وقفوں کے خلاف پلاٹ کیا جاتا ہے اور انہیں آپس میں ملایا جاتا ہے تو نتیجہ میں حاصل ہونے والے گراف کو مجموعی تعدد والا گراف یا (Ogive) کہتے ہیں۔

پس اوگو کو ہم مجموعی تعدد سے حاصل کردہ خطی گراف کہہ سکتے ہیں۔

مثال:-

جدول میں دیا گیا مواد مچھلیاں پکڑنے والے 28 شرکاء کی پکڑی گئی مچھلیوں کی تعداد کو ظاہر کرتا ہے۔

اس مواد کے لیے مجموعی تعدد والی کثیر الاضلاع یعنی (ogive) تیار کیجئے۔

پکڑی گئی مچھلیوں کا جماعتی وقفہ	تعدد
0 —— 5	3
5 —— 10	5
10 —— 15	6
15 —— 20	8
20 —— 25	4
25 —— 30	2
	28: میزان

حل:-

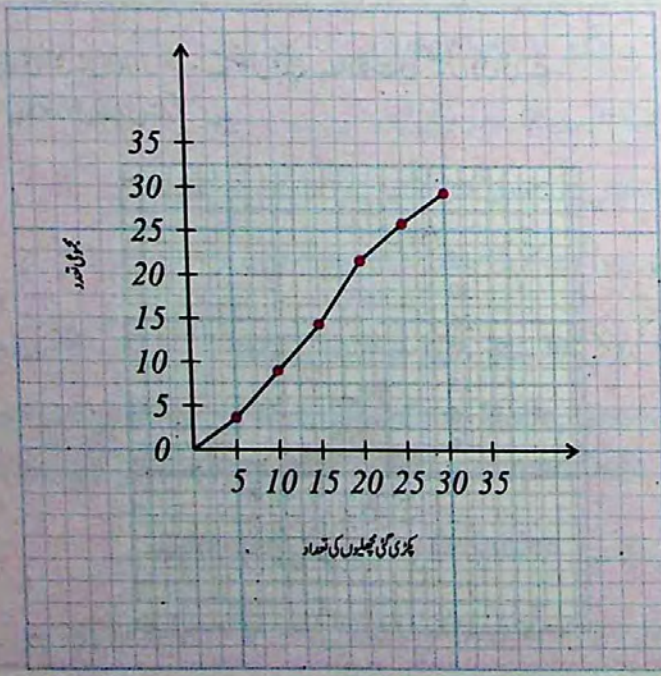
مجموعی تعددات معلوم کیجئے۔ گراف پیپر پر دونوں محور کھینچیں۔ افقی محور پر مچھلیوں کی تعداد اور عمودی محور پر مجموعی تعددات ظاہر کیجئے۔

پکڑی گئی مچھلیوں کا جماعتی وقفہ	تعدد	مجموعی تعدد
0 ——— 5	3	3
5 ——— 10	5	3 + 5 = 8
10 ——— 15	6	8 + 6 = 14
15 ——— 20	8	14 + 8 = 22
20 ——— 25	4	22 + 4 = 26
25 ——— 30	2	26 + 2 = 28
میزان	$\Sigma f = 28$	

ہر مجموعی تعدد کے آخری نقاط کو اپنے متعلقہ جماعتی وقفہ کے انتہائی قیمت کے سامنے گراف پر ظاہر کیجئے۔

ابتدائی جماعتی وقفہ کے لئے اوگو (ogive) کی پہلی مجموعی تعدد کی قیمت صفر ہوگی لہٰذا اوگو کا پہلا نقطہ (0,0) ہوگا۔

اگلا نقطہ (5,3) جس کے بعد (10,8) وغیرہ وغیرہ۔ اِن نقاط کو سیدھے قطعہ خط سے ملائیے۔



مشق 10.2

1- درج ذیل میں سے ہر ایک کے لئے تعددی جدول کو ظاہر کرنے کے لئے کالمی نقشہ بنایئے۔

(i) درج ذیل جدول میں سکول فنکشن میں حصہ لینے والے 100 لوگوں کی عمریں دی گئی ہیں۔

عمر (سالوں میں)	0-19	20-39	40-59	60-79	80-89
تعدد	43	24	17	10	6

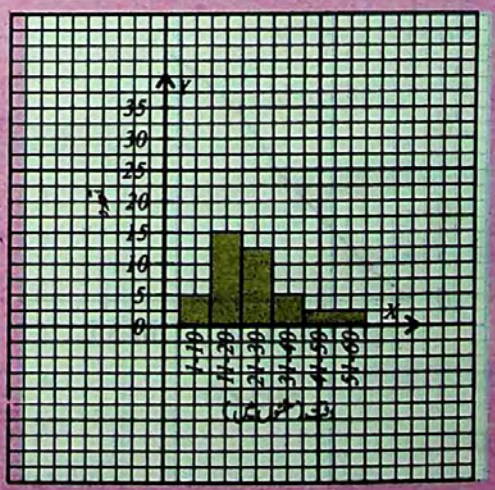
(ii) درج ذیل جدول میں 16 سالہ 100 لڑکوں کی ہفتہ وار آمدن دی گئی ہیں۔

ہفتہ وار آمدن	0-9	10-19	20-29	30-39	40-49	50-59
تعدد	45	10	11	21	10	3

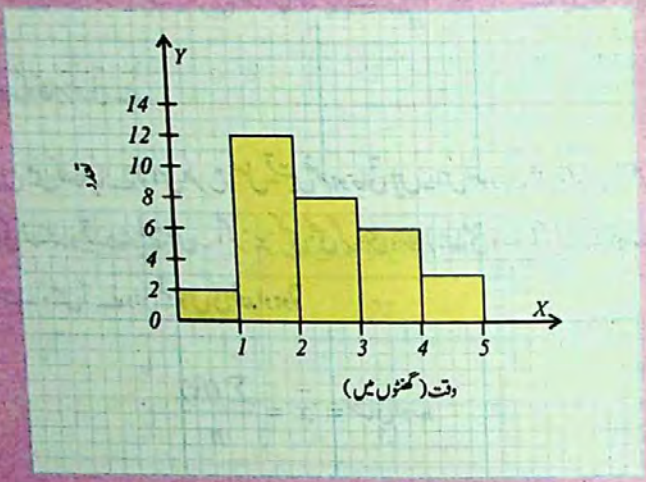
(iii) درج ذیل جدول میں 40 بچوں کے اوسط نمبروں کی تفصیل جو کہ انہوں نے سال کے آخر میں حاصل کئے درج ہے۔

اوسط حاصل کردہ نمبر	1-20	21-40	41-60	61-80	81-100
تعدد	2	4	19	12	3

2- درج ذیل کالمی نقشہ میں 500 طلباء کے سکول پہنچنے کے اوقات کی تفصیل دی گئی ہے۔
اس سے اس کا تعددی جدول تیار کریں۔



3- دیا گیا کالمی نقشہ 30 طلباء کے اس وقت (گھنٹوں میں) کی بنیاد پر بنایا گیا ہے جو انہوں نے ایک خاص ہفتہ کو ٹیلی ویژن دیکھتے ہوئے گزارا۔ اس کالمی نقشہ سے تعددی جدول بنائیے۔



10.3 مرکزی رجحان کی پیمائش MEASURES OF CENTRAL TENDENCY

مرکزی رجحان کی پیمائش (Measures of Central Tendency) دراصل کسی دیے گئے مواد کی درمیانی (مرکزی) قیمت کا پتہ چلانا ہے۔ جس کی تین قسمیں زیادہ اہم ہوتی ہیں۔

(i) حسابی اوسط: جو کہ مواد کی وسطی قیمت ہوتی ہے۔

(ii) وسطانیہ: جو کہ مواد کی قیمتوں کو ترتیب سے لکھنے پر درمیانی قیمت ہوتی ہے۔

(iii) عادہ: وہ قیمت جس کی مواد میں سب سے زیادہ تکرار ہو۔

10.3.1 کسی گروہی / غیر گروہی مواد سے حسابی اوسط، وسطانیہ، عادہ، ضربی اوسط اور ہم آہنگ اوسط معلوم کرنا

To find Arithmetic Mean or Mean, Median, Mode, Geometric Mean, Harmonic Mean from Grouped/Ungrouped Data

حسابی اوسط تعریف کی رو سے Arithmetic Mean by definition

کسی غیر گروہی مواد کو حسابی اوسط کی تمام قیمتوں کو جمع کر کے ان قیمتوں کی تعداد پر تقسیم کر کے حاصل کیا جاتا ہے۔

$$\text{حسابی اوسط} = \frac{\text{تمام قیمتوں کا مجموعہ}}{\text{قیمتوں کی تعداد}}$$

علامتی طور پر اسے $\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$ لکھتے ہیں۔

جبکہ "$\sum$" مجموعہ کو ظاہر کرتی ہے۔

جب مواد کو گروہوں میں لکھا جائے تو اس طرح اصل قیمتیں ضم ہو جاتی ہیں۔ اس صورت میں ہم کسی خاص گروہ کی درمیانی/وسطی قیمت کو اس گروہ کی نمائندہ قیمت لیتے ہیں۔ اگر 'x' کسی بھی گروہی وسط (جماعتی وسط) کو ظاہر کرتی ہے جبکہ 'f' اس کا تعدد ہو اور ($n=\sum f$) تمام مشاہدہ میں آنے والی قیمتوں کی تعداد ہو تو

$$\text{حسابی اوسط} = \bar{x} = \frac{\sum (fx)}{n}$$

یا $$\bar{x} = \frac{\sum fx}{\sum f}$$

مثال 1:-

آٹھ آدمیوں کی انفرادی آمدنی 3000 روپے، 4000 روپے، 3500 روپے، 3800 روپے، 4500 روپے، 4200 روپے، 3600 روپے اور 5400 روپے ہے۔ ان کا حسابی اوسط معلوم کیجئے۔

حل:-

$$x_1 = 3000, \quad x_2 = 4000, \quad x_3 = 3500, \quad x_4 = 4500,$$
$$x_5 = 3800, \quad x_6 = 4200, \quad x_7 = 3600, \quad x_8 = 5400,$$

$$\text{حسابی اوسط} = \bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

$$= \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8}{8}$$

$$= \frac{3000 + 4000 + 3500 + 4500 + 3800 + 4200 + 3600 + 5400}{8}$$

$$= \frac{32000}{8}$$

$$\bar{x} = 4000 \text{ روپے}$$

مثال 2:-

مندرجہ ذیل جدول میں 50 طلباء کے سالانہ امتحان میں حاصل کردہ نمبروں کی تفصیل دی گئی ہے۔اس کا حسابی اوسط معلوم کیجئے۔

نمبر	20 – 24	25 – 29	30 – 34	35 – 39	40 – 44	45 – 49	50 – 54
تعداد	1	4	8	11	15	9	2

حل:-

نمبر	تعداد (f)	جماعتی نمائندہ قیمت (x)	fx
20 – 24	1	22	22
25 – 29	4	27	108
30 – 34	8	32	256
35 – 39	11	37	407
40 – 44	15	42	630
45 – 49	9	47	423
50 – 54	2	52	104

$$\bar{x} = \frac{\sum(fx)}{n} = \frac{22+108+256+407+630+423+104}{50}$$

$$= \frac{1950}{50}$$

$$= 39$$

فرضی اوسط سے انحراف کے استعمال سے حسابی اوسط معلوم کرنا

Arithmetic Mean using Deviation from Assumed Means

حسابی اوسط کے لیے فارمولا $\bar{x} = \frac{\sum fx}{\sum f}$ کا استعمال اسی صورت میں آسان ہوتا ہے جب x اور f کی قیمتیں بہت بڑی نہ ہوں۔اگر x اور f کی قیمتیں بہت زیادہ ہوں تو ہم فرضی اوسط لیکر بہت سارے وقت کی بچت کر سکتے ہیں۔اگر 'A' ایک فرضی اوسط ہو (جو کہ کوئی بھی قیمت ہو سکتی ہے) اور X_i D_i قیمت کا فرضی اوسط 'A' سے انحراف ظاہر کرے۔

یعنی کہ $D_i = X_i - A$ تب $X_i = D_i + A,$

ہم لکھ سکتے ہیں کہ

$$\overline{X} = A + \frac{\sum_{i=1}^{k} D_i}{n}$$

(غیر گروہی مواد)

$$= A + \frac{\sum_{i=1}^{k} D}{n}$$

اور

$$\overline{X} = A + \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i D_i}{\Sigma f_i}$$

یا

(گروہی مواد)

$$= A + \frac{\Sigma f D}{\Sigma f}$$

مثال 1:- کلیہ $\overline{X} = A + \frac{\Sigma D}{n}$ کی مدد سے دی گئی قیمتوں کا حسابی اوسط معلوم کیجئے۔

184, 191, 172, 168, 187, 189, 196, 186, 193, 195.

حل:- فرضی اوسط $A = 180$ سے ہمیں انحراف حاصل ہوتے ہیں۔

$$D = 184 - 180,\ 191 - 180,\ 172 - 180,\ 168 - 180,\ 187 - 180,\ 189 - 180,$$
$$196 - 180,\ 189 - 180,\ 193 - 180,\ 195 - 180$$

$$= 4,\ 11,\ -8,\ -12,\ 7;\ 9,\ 16,\ 9,\ 13,\ 15$$

$$\overline{X} = A + \frac{\Sigma D}{n} = 180 + \frac{4+11-8-12+7+9+16+9+13+15}{10}$$

$$= 180 + \frac{64}{10}$$

$$= 180 + 6.4$$

$$= 186.4$$

مثال 2:-

جدول میں دیے گئے 120 طلباء کے اوزان کی تفصیل کا کلیہ $\overline{X} = A + \frac{\Sigma f D}{\Sigma f}$ کے تحت اوسط وزن معلوم کیجئے۔

وزن (پونڈ)	جماعتی وسط (X)	تعداد (f)	$D = X - 144.5$	fD
110 – 119	114.5	1	– 30	– 30
120 – 129	124.5	4	– 20	– 80
130 – 139	134.5	17	– 10	– 170
140 – 149	144.5 ← A	28	0	0
150 – 159	154.5	25	10	250
160 – 169	164.5	18	20	360
170 – 179	174.5	13	30	390
180 – 189	184.5	6	40	240
190 – 199	194.5	5	50	250
200 – 209	204.5	2	60	120
210 – 219	214.5	1	70	70
		$n = \Sigma f = 120$	$\Sigma fD = 1680 - 280 = 1400$	

حل:-

$$\overline{X} = A + \frac{\Sigma f D}{\Sigma f}$$

$$= 144.5 + \frac{1400}{120}$$

$$= 144.5 + 11.67$$

$$= 156.17 \text{ پونڈ}$$

وسطانیہ (غیر گروہی مواد) Median (ungrouped data)

وسطانیہ کسی مواد کو عددی ترتیب میں لکھے جانے کے بعد اس کی وسطی قیمت ہوتی ہے اگر قیمتوں کی تعداد n ہو تو ترتیب وار لکھے گئے مواد کے $\frac{n+1}{2}$ کی جگہ والی قیمت وسطانیہ کہلاتی ہے جبکہ n طاق ہو۔ اور اگر n جفت ہو تو دو درمیان والی جگہوں کی قیمتوں کا اوسط وسطانیہ کہلاتی ہے۔

- اگر قیمتوں کی تعداد طاق ہو تو درمیانی قیمت وسطانیہ کہلاتی ہے۔
- اگر قیمتوں کی تعداد جفت ہو تو دو درمیانی قیمتوں کے حسابی اوسط کو وسطانیہ کہتے ہیں۔

مثال:- مواد کے سیٹ 5,4,5,4,3,4,2,6 کا وسطانیہ معلوم کیجئے۔

حل:-

مواد کو ترتیب سے لکھنے سے: 2 3 4 4 4 5 5 6

$\frac{n+1}{2}$ کے اصول کے مطابق وسطانیہ کا تعین کیجئے۔ یہ 4.5 ہے یعنی چوتھے عدد اور پانچویں عدد کا حسابی اوسط۔: 2 3 4 4 4 5 5 6

$$\text{وسطانیہ} = \frac{4+4}{2}$$

$$= \frac{8}{2}$$

$$= 4$$

پس وسطانیہ 4 ہے۔

وسطانیہ (گروہی مواد) Median (grouped data)

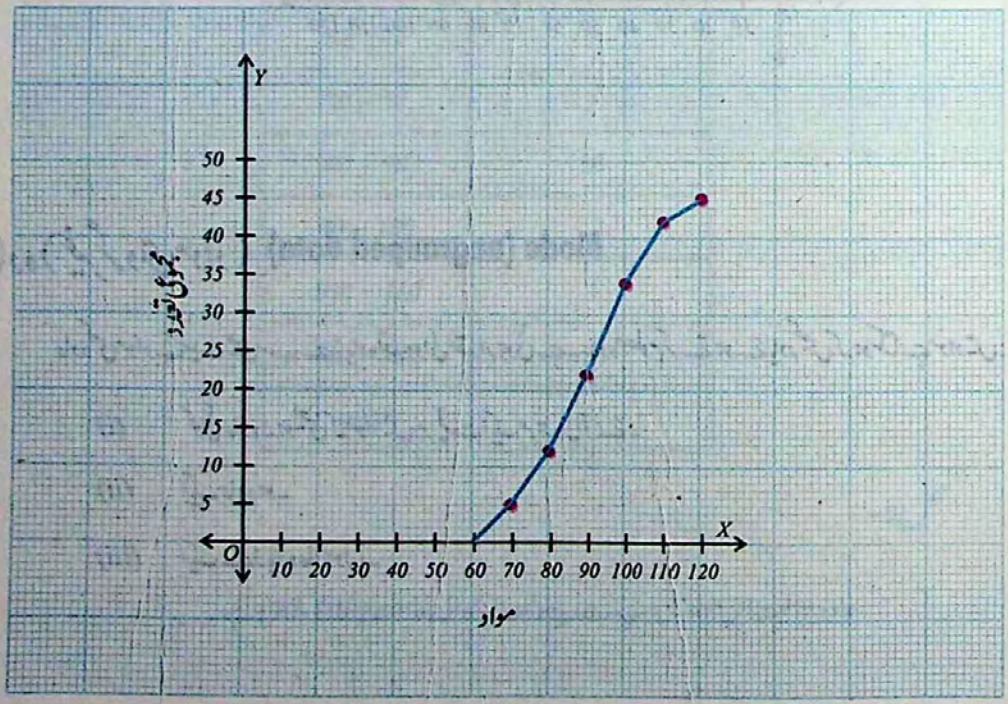
وسطانیہ مواد کا (ogive) کھینچ کر حاصل کیا جاتا ہے اور 50 فیصد مواد کے بعد والی قیمت بطور وسطانیہ لی جاتی ہے۔

مثال :- دیئے گئے مواد کا وسطانیہ معلوم کیجئے۔

جماعتی وقفہ	تعدد (f)	مجموعی تعدد (Cf)
60 – 70	5	5
70 – 80	7	12
80 – 90	10	22
90 – 100	12	34
100 – 110	8	42
110 – 120	3	45
میزان	45	

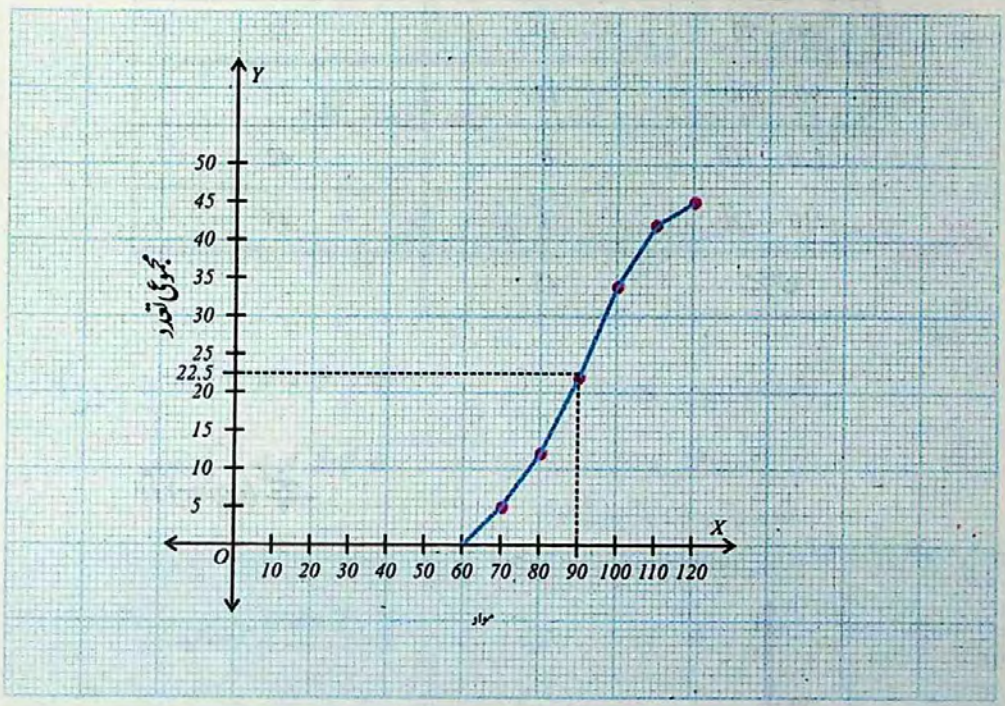
حل :-

اوگو (ogive) کھینچئے۔



تعددی محور پر وسطی نقطہ لیجئے جو کہ 22.5 ہے اس کو نمایاں کیجئے۔

اس نقطہ سے اوگیو (ogive) تک افقی لائن اور پھر وہاں سے عموداً، افقی خط پر لائن کھینچئے۔ X۔محور پر دیئے گئے مواد کا وسطانیہ جو تقریباً 90 ہے کو نوٹ کیجئے۔



عادہ (غیر گروہی مواد) Mode (ungrouped data)

عادہ کسی مواد کے سیٹ میں سب سے زیادہ تعدد والی مقدار ہوتی ہے۔ عادہ معلوم کرتے ہوئے یاد رکھیں کہ ہوسکتا ہے مواد میں:

(i) کوئی عادہ نہ ہو یعنی کہ مواد میں ہر قیمت ایک مرتبہ ہی آئے۔

(ii) ایک عادہ ہو۔

(iii) ایک سے زیادہ عادہ ہوں۔

مثال :- مواد کے سیٹ 6,2,4,3,4,5,4,5 کا عادہ معلوم کیجئے۔

حل :-

ہم مواد کے سیٹ کا بغور جائزہ لیتے ہیں اور معلوم کرتے ہیں کہ کونسی قیمت سب سے زیادہ مرتبہ آئی ہے۔

2 3 4 4 4 5 5 6

چونکہ عدد 4 کی تکرار زیادہ یعنی تین مرتبہ ہے پس عادہ 4 ہے۔

عادہ (گروہی مواد) Mode (grouped data)

گروہی مواد میں ہم عادہ صحیح طریقہ سے تو معلوم نہیں کر سکتے کیونکہ اصل قیمتیں جماعتی وقفوں (Class Intervals) میں ضم ہو جاتی ہے۔ تاہم ایسے جماعتی وقفہ کا تعین کرتے ہیں۔ جس کا تعدد سب سے زیادہ ہوتا ہے۔ اسے عادہ جماعت (Model Class) کہتے ہیں۔

مثال :- درج ذیل جدول میں عادہ جماعت کا تعین کیجئے۔

جماعتی وقفہ	تعدد
60 – 70	5
70 – 80	7
80 – 90	10
90 – 100	12
100 – 110	8
110 – 120	3
میزان	45

حل :-

عادہ جماعت اس مواد میں سب سے زیادہ تعدد 12 والی جماعت (90-100) ہے۔

ضربی اوسط (غیر گروہی مواد) Geometric Mean (ungrouped data)

ضربی اوسط 'G'، n قیمتوں والے سیٹ $x_1, x_2, \ldots, x_n$ کے لیے ان n قیمتوں کے حاصل ضرب کے nویں جذر کے برابر ہوتا ہے۔

$$G = \sqrt[n]{x_1 . x_2 . x_3 \cdots, x_n}$$

یا

$$= (x_1 . x_2 . x_3 \cdots, x_n)^{\frac{1}{n}}$$

مثال:-

2، 4 اور 8 کا ضربی اوسط معلوم کیجئے۔

حل:-

$$G = \sqrt[3]{2 \times 4 \times 8} = \sqrt[3]{64}$$

$$= [(4)^3]^{\frac{1}{3}}$$

$$= 4$$

ضربی اوسط (گروہی مواد) Geometric Mean (grouped data)

فرض کریں کہ $x_1, x_2, \ldots, x_k$ ان جماعتی وقفوں کی نمائندہ قیمتیں ہیں جن کے تعدد بالترتیب $f_1, f_2, \ldots, f_k$ ہیں۔

(جبکہ $n = \Sigma f = f_1 + f_2 + \ldots + f_k$) چونکہ x_1 مواد میں f_1 مرتبہ رونما ہوتا ہے۔

اسی طرح x_1، f_1 مرتبہ پایا جاتا وغیرہ وغیرہ بالآخر x_k، f_k مرتبہ پایا جاتا ہے۔

$$\underbrace{x_1 . x_1 \ldots . x_1}_{f_1 \text{ times}} \quad \underbrace{x_2 . x_2 \ldots . x_2}_{f_2 \text{ times}} \quad \ldots \quad \underbrace{x_k . x_k \ldots . x_k}_{f_k \text{ times}}$$

ان سب کا حاصل ضرب ہوگا۔ $x_1^{f_1} . x_2^{f_2} \ldots x_k^{f_k}$ اس طرح ضربی اوسط یہ ہوا۔

$$G = \sqrt[n]{x_1^{f_1} . x_2^{f_2} \ldots x_k^{f_k}}$$

$$= \left(x_1^{f_1} . x_2^{f_2} \ldots x_k^{f_k}\right)^{1/n}$$

بعض اوقات یہ اوزانی ضربی اوسط کہلاتی ہے۔ جبکہ f_k ۔ f_2 ۔ f_1 متعلقہ اوزان کہلاتے ہیں۔

مثال :- درج ذیل تعددی مواد کا ضربی اوسط معلوم کیجئے۔

x	1	2	3	4
f	2	3	4	1

حل :-

یہاں $\Sigma f = 2+3+4+1 = 10$

$$G = \left(x_1^{f_1} . x_2^{f_2} \dots x_k^{f_k}\right)^{1/n}$$

$$= \left((1)^2 . (2)^3 . (3)^4 . (4)^1\right)^{1/10}$$

$$= \left(1\times 8\times 81\times 4\right)^{1/10}$$

$$= (2592)^{1/10} = 2.1946$$

ہارمونک اوسط (غیر گروہی مواد) Harmonic Mean (ungrouped data)

$x_1, x_2, \dots, x_n$ قیمتوں والے گروہ کا ہارمونک اوسط (Harmonic Mean) ان قیمتوں کے ضربی معکوسوں کے حسابی اوسط کا ضربی معکوس (reciprocal) ہوتا ہے۔

$$\text{ہارمونک اوسط} = H = \frac{n}{\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\dots+\frac{1}{x_n}} = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{x_i}\right)} = \frac{n}{\sum\left(\frac{1}{x}\right)}$$

مثال:-

2، 4 اور 8 کا ہارمونک اوسط معلوم کیجئے۔

حل:-

$$H = \frac{3}{\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}} = \frac{3}{\frac{4+2+1}{8}} = \frac{3}{\frac{7}{8}} = \frac{3\times 8}{7} = \frac{24}{7} = 3.43$$

ہارمونک اوسط (گروہی مواد) The Harmonic Mean (grouped data)

فرض کیا $x_1, x_2, \ldots x_k$ گروہوں کی نمائندہ قیمتیں جبکہ ان گروہوں کا تعدد بالترتیب $f_1, f_2, \ldots f_k$ ہیں۔

جبکہ $(f_1 + f_2 + \cdots + f_k = \sum f_i = n)$

ان گروہی نمائندہ قیمتوں کے ضربی معکوس $\frac{1}{x_1}, \frac{1}{x_2}, \ldots, \frac{1}{x_k}$ ہیں۔ چونکہ ان قیمتوں کے تعدد بالترتیب $f_1, f_2, \ldots f_k$ ہیں۔

لہٰذا $\frac{1}{x_1}$ قیمتوں کا مجموعہ $f_1\left(\frac{1}{x_1}\right)$ یا $\frac{f_1}{x_1}$

اسی طرح بالترتیب تمام قیمتوں کے مجموعے $\frac{f_2}{x_2}, \frac{f_3}{x_3}, \ldots\ldots \frac{f_k}{x_k}$ ہوں گے۔

لہٰذا $\frac{f_1}{x_1} + \frac{f_2}{x_2} + \cdots + \frac{f_k}{x_k} = \sum_{i=1}^{k} \frac{f_i}{x_i} = \sum \frac{f_k}{x_k} = \sum f(\frac{1}{x})$

ہارمونک اوسط کی تعریف کی رو سے

$$H = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i}{\sum_{i=1}^{k} f_i(\frac{1}{x_i})} = \frac{\sum f}{\sum f(\frac{1}{x})} = \frac{n}{\sum f(\frac{1}{x})}$$

بعض اوقات اسے اوزانی ہارمونک اوسط کہتے ہیں جن کے اوزان بالترتیب $f_k, \ldots f_2, f_1$ ہیں۔

10.3.2 حسابی اوسط کی خصوصیات Properties of Arithmetic Mean

حسابی اوسط کی خصوصیات درج ذیل ہیں۔

(i) کسی مواد کی قیمتوں کے حسابی اوسط سے ان قیمتوں کے فرق کا مجموعہ صفر ہوتا ہے۔

$$\Sigma (x_i - \overline{X}) = 0 \quad \text{یا} \quad \Sigma f_i\ (x_i - \overline{X}) = 0$$

(ii) اگر n_1 قیمتوں کا حسابی اوسط $\overline{x_1}$، n_2 قیمتوں کا حسابی اوسط $\overline{x_2}$ اور اسی طرح n_k قیمتوں کا حسابی اوسط $\overline{x_k}$ ہو تو اِن تمام قیمتوں کا حسابی اوسط:

$$\overline{X} = \frac{n_1\overline{X_1} + n_2\overline{X_2} + \cdots + n_k\overline{X_k}}{n_1 + n_2 + \cdots + n_k}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i \overline{X_i}}{\sum_{i=1}^{k} n_i}$$

(iii) کسی مواد کی قیمتوں کے کسی قیمت 'a' سے فرق کے مربعوں کا مجموعہ سب سے کم ہوگا اگر $a = \overline{X}$ علامتی طور پر $\Sigma(x_i - a)^2$ کی قیمت سب سے کم ہوگی اگر $a = \overline{X}$

10.3.3 اوزانی اوسط اور متغیر اوسط Weighted Mean and Moving Average

اگر کسی مواد میں $x_1, x_2, \cdots, x_k$ قیمتوں کے اوزان بالترتیب $w_1, w_2, \cdots, w_k$ ہوں تو اوزانی حسابی اوسط $\overline{x_w}$ کو یوں بیان کیا جاتا ہے۔

$$\overline{X_w} = \frac{w_1x_1 + w_2x_2 + \cdots + w_kx_k}{w_1 + w_2 + \cdots + w_k}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{k} w_i x_i}{\sum_{i=1}^{k} w_i}$$

متحرک اوسط Moving Average

کسی مشاہدہ میں آنے والی n متواتر قیمتوں کے سلسلے کو استعمال کرتے ہوئے اوسط نکالنا متحرک اوسط کہلاتا ہے۔ مثال کے طور پر ہمیں 3 سالہ متحرک اوسط نکالنا ہو تو ہم اس سیریز کی پہلی تین قیمتیں لیتے ہیں۔ ان کا اوسط لے کر ہم ان قیمتوں کی وسطی قیمت کے سامنے لکھ لیتے ہیں۔ پھر ہم ان تینوں قیمتوں میں سے پہلے چھوڑ کر چوتھی قیمت شامل کرتے ہیں اور ان تینوں کی اوسط لے کر ان کی وسطی قیمت کے سامنے لکھتے ہیں۔ اس کی الجبری شکل یہ ہے۔

$$a_1 = \frac{1}{3}(y_1 + y_2 + y_3)$$

$$a_2 = \frac{1}{3}(y_2 + y_3 + y_4) \quad \text{وغیرہ وغیرہ}$$

ربعی قاطع Quartiles

ہم جانتے ہیں کسی مواد کو ترتیب میں لکھنے کے بعد اس کا وسطانیہ (Median) اس مواد کی وسطی قیمت ہوتا ہے (جو کہ مجموعی تعدد طاق ہونے کی صورت میں درمیانی قیمت اور جفت کی صورت میں اس کی دو وسطی قیمتوں کا اوسط ہوتا ہے) یہ وسطانیہ اس مواد کو دو برابر حصوں میں تقسیم کرتا ہے۔ اسی طرح مواد کو چار برابر حصوں میں تقسیم کرنے والی قیمتوں کو ربعی قاطع کہتے ہیں۔ اس طرح تین قیمتیں جو مترتب مواد کو چار برابر حصوں میں تقسیم کرتی ہیں ربعی قاطع کہلاتی ہیں انہیں Q_1, Q_2 اور Q_3 سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

پہلے ربعی قاطع کو زیریں ربعی قاطع (Lower Quartile) جبکہ تیسرے ربعی قاطع کو بالائی ربعی قاطع (Upper Quartile) کہتے ہیں۔

$$Q_1 = \text{کے مقام پر آنے والی قیمت } \left(\frac{n+1}{4}\right)$$

$$Q_2 = 2\left(\frac{n+1}{4}\right) \text{ کے مقام پر آنے والی قیمت یا } \left(\frac{n+1}{2}\right)$$

$$Q_3 = \text{کے مقام پر آنے والی قیمت } \frac{3(n+1)}{4}$$

مثال :-

درج ذیل مواد میں 20 طلباء کے شماریات کے ٹیسٹ میں حاصل کردہ نمبروں کے تمام ربعی قاطع معلوم کیجئے۔

53 74 82 42 39 20 81 68 58 28
67 54 93 70 30 55 36 37 29 61

حل :-

$n=20$، طلباء کے نمبروں کو ترتیب صعودی میں لکھنے سے:

20 28 29 30 36 37 39 42 53 54
55 58 61 67 68 70 74 81 82 93

$Q_1 =$ نیچے سے $\left(\frac{n+1}{4}\right)$ ویں یا $\left(\frac{20+1}{4}\right)$ ویں یعنی 5.25 ویں نمبر پر آنے والی قیمت

چونکہ 5 ویں نمبر پر آنے والی قیمت 36 اور 6 ویں نمبر پر آنے والی قیمت 37 ہے۔ لہٰذا پہلا ربعی قاطع نمبر 5 اور نمبر 6 کی قیمتوں کے درمیان پانچویں قیمت سے آگے 0.25 کے فاصلے پر ہوگا۔ پس

$$Q_1 = 36.25$$

$Q_2 =$ (وسطانیہ) نیچے سے $\left(\frac{n+1}{4}\right)2$ یا $\frac{2(20+1)}{4}$ یا $\frac{21}{2}$ یا $10.5th$ ویں قیمت ہوگا۔

10 ویں نمبر پر آنے والی قیمت 54 ہے جو کہ 11 ویں کے 0.5 فاصلے پر ہوگا یعنی کہ 55 ہے۔ لہٰذا دوسرا ربعی قاطع 10 ویں اور 11 ویں کے درمیان ہوگا۔ یعنی کہ 54.5 ہے۔

پس $Q_2 = 54.5$

$Q_3 =$ نیچے سے یا $\frac{3(n+1)}{4}$ یا $\frac{3(20+1)}{4}$ یا $\frac{3\times 21}{4}$ یا $\frac{63}{4}$ یا 15.75 قیمت ویں

15 ویں نمبر پر 68 جبکہ 16 ویں نمبر پر 70 ہے لہٰذا 68 سے آگے 70 تک کے فاصلے کا 0.75 حصہ طے کرنے پر تیسرا ربعی قاطع حاصل ہوگا۔

پس $Q_3 = 68 + 0.75(70 - 68)$

$Q_3 = 69.5$

مثال :-

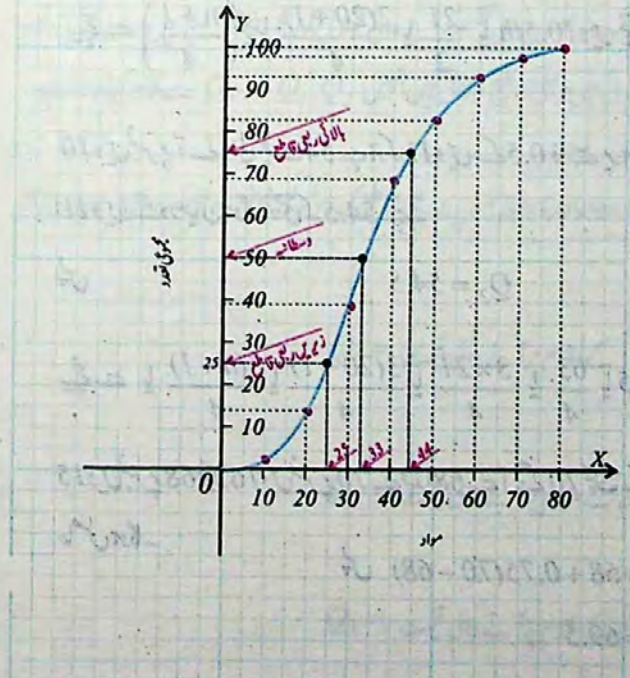
100 طلباء کے امتحان میں حاصل کردہ نمبر درج ذیل جدول میں دیے گئے ہیں۔

حاصل کردہ نمبر	تعداد طلباء	مجموعی تعدد
1 —— 10	2	2
11 —— 20	12	14
21 —— 30	25	39
31 —— 40	29	68
41 —— 50	15	83
51 —— 60	10	93
61 —— 70	4	97
71 —— 80	3	100

اوگو کا استعمال کرتے ہوئے مندرجہ ذیل ربعی قاطع کا تخمینہ لگائیے۔

(i) بالائی ربعی قاطع

(ii) زیریں ربعی قاطع



(i) $75 = \frac{3}{4} \times 100 = \frac{3}{4}$ مجموعی تعدد کا

اوگو سے ہمیں 75 ویں تعدد کے متناظرہ مواد کی قیمت 44 حاصل ہوتی ہے۔ لہٰذا بالائی ربعی قاطع = 44

(ii) $25 = \frac{1}{4} \times 100 = \frac{1}{4}$ مجموعی تعدد کا

اوگو میں ہمیں 25 تعدد کے متناظرہ مواد کی قیمت 25 حاصل ہوتی ہے۔
لہٰذا زیریں ربعی قاطع = 25

(iii) $50 = \frac{1}{2} \times 100 = \frac{1}{2}$ مجموعہ تعدد کا

اوگو میں 50 تعدد کے سامنے مواد کی قیمت 33 حاصل ہوتی ہے۔
لہٰذا وسطانیہ = 33

X۔محور پر 2 چھوٹے مربع = 10 اکائی

Y۔محور پر 2 چھوٹے مربع = 10 اکائی

10.3.4 ترسیم کی مدد سے وسطانیہ، ربعی قاطع اور عادہ کا تخمینہ لگانا

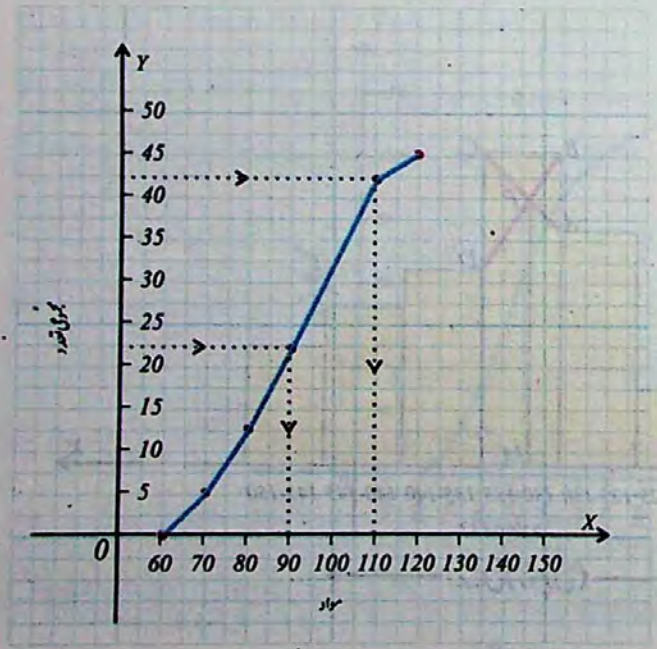
Estimate Median, Quartile and Mode Graphically, Graphic Location of Median

وسطانیہ کا ترسیمی تعین

وسطانیہ کی تخمینی قیمت کا تعین اوگو (Ogive) سے بھی کیا جاسکتا ہے۔ (جو کہ مجموعی تعدد والی کثیر الاضلاع ہوتی ہے) وسطانیہ اوگو میں $\frac{n}{2}$ کے مقابل X کی قیمت ہوتی ہے۔ پس وسطانیہ معلوم کرنے کے لیے ہم Y۔محور پر $\frac{n}{2}$ کی قیمت لے کر اس مقام پر Y۔محور پر عمود اٹھا کر اوگیو کو کاٹتا ہوا کھینچتے ہیں۔ پھر اس نقطہ سے X۔محور پر عمود گراتے ہیں اس مقام پر جو قیمت x کی نکلتی ہے وہ وسطانیہ کہلاتی ہے۔

جدول میں دیئے گئے مواد کا وسطانیہ معلوم کیجئے۔

جماعتی وقفے	تعدد	مجموعی تعدد
60 —— 70	5	5
70 —— 80	7	12
80 —— 90	10	22
90 —— 100	12	34
100 —— 110	8	42
110 —— 120	3	45
	45	——



(i) اوگو (ogive) تیار کیجئے۔

(ii) Y۔محور پر مجموعی تعدد کا نصف معلوم کریں۔ جو کہ 22.5 ہے اسے لیبل کیجئے۔

(iii) اس مقام سے X۔محور کے متوازی افقی خط اوگو (ogive) تک کھینچئے اور پھر وہاں سے X۔محور پر عمود گرایئے اور پھر وہاں سے X۔محور پر عمود گرایئے

(iv) یہاں سے وسطانیہ کی قیمت جو کہ تقریباً 90 ہے حاصل کیجئے۔

مثال :-

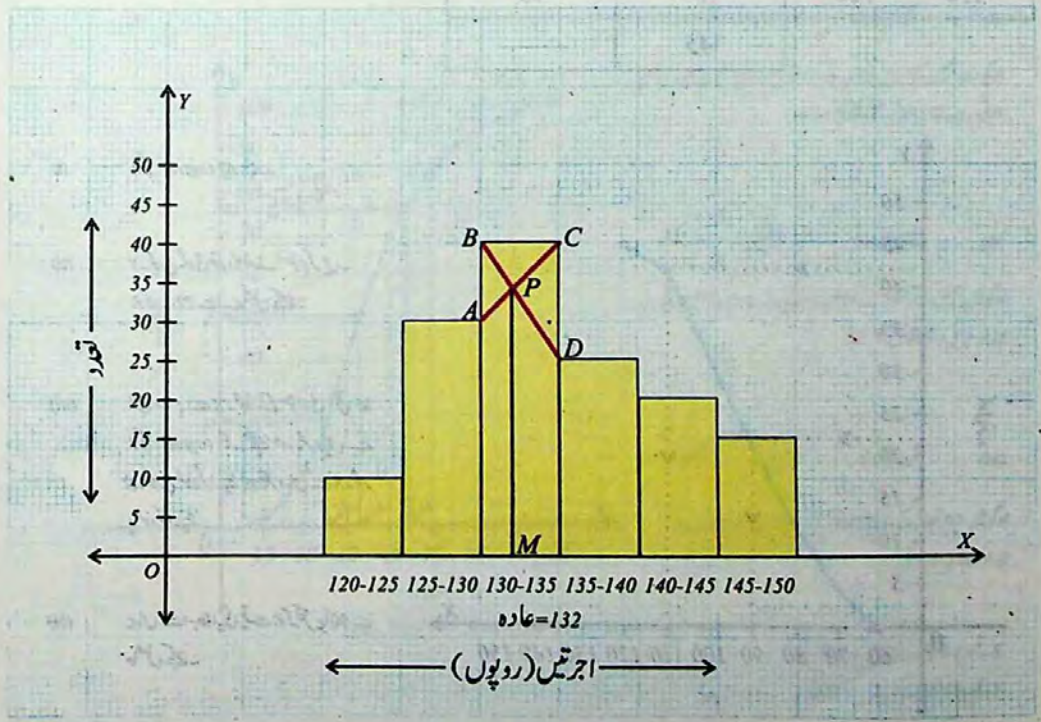
دیئے گئے مواد سے ترسیمی طریقے سے عادہ (Mode) معلوم کیجئے۔

اجرتیں (روپوں)	120 – 125	125 – 130	130 – 135	135 – 140	140 – 145	145 – 150
تعدد f	10	30	40	25	20	15

حل :-

اجرتیں (روپوں) میں X۔محور پر لی گئیں جبکہ تعدد Y۔محور پر لیے گئے ہیں۔ایک بڑا مربع X۔محور پر 5 کائیوں اور Y۔محور پر 10 کائیوں کو ظاہر کرتا ہے۔ہم زیادہ تعدد والے کالموں کے سب سے بلند سروں کو ملاتے ہیں۔کناروں کو ملانے والے قطعات AC اور BD ایک دوسرے کو نقطہ P پر کاٹتے ہیں۔P سے ہم X۔محور پر عمود گراتے ہیں جو کہ اسے M پر ملتا ہے۔یہاں پر M کی قیمت 132 بنتی ہے۔

پس عادہ (Mode)=132



ربعی قاطع ترسیم کے ذریعے معلوم کرنا Graphic Location of Quartiles

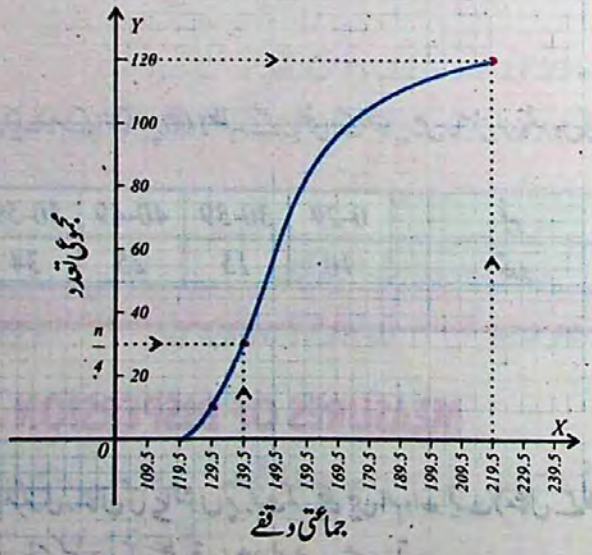
مثال :- درج ذیل جدول ریاضی کے سالانہ امتحان میں گریڈ کی تعددی تفصیل کو ظاہر کرتا ہے۔ ترسیم کی ذریعے پہلے ربعی قاطع کی نشاندہی کیجئے۔

گریڈ	90-99	80-89	70-79	60-69	50-59	40-49	30-39
طلباء کی تعداد	9	32	43	21	11	3	1

حل :-

ترسیمی نشاندہی کے لئے طلباء کی تفصیل کو ہم اس طرح ظاہر کرتے ہیں۔

گریڈ	طلباء کی تعداد (f)	جماعتی وقفے	مجموعی تعدد
30-39	1	29.5 – 39.5	1
40-49	3	39.5 – 49.5	4
50-59	11	49.5 – 59.5	15
60-69	21	59.5 – 69.5	36
70-79	43	69.5 – 79.5	79
80-89	32	79.5 – 89.5	111
90-99	9	89.5 – 99.5	120



مشق 10.3

1- درج ذیل مواد کی تعددی کثیر الاضلاع بنائیے۔

(i) کسی امتحان میں 30 طلباء کی تفصیل جدول میں دی گئی ہے۔

نمبر	0-39	40-49	50-79	80-99
تعدد	8	8	10	4

(ii) 40 طلباء کی رکاوٹی دوڑ کے وقت (سیکنڈوں میں) کی تفصیل جدول میں دی گئی ہے۔

(سیکنڈ) وقت	1-40	41-50	51-60	61-70
تعدد	8	15	7	10

(iii) کسی فش اینڈ چپس شاپ میں چپس کے 30 پیکٹوں کے اوزان کی تفصیل جدول میں درج ہے۔

(گرام) اوزان	1-50	51-60	61-70	71-80
تعدد	4	8	14	4

(iv) دیئے گئے جدول میں ایک ٹرم کے اختتام پر 100 طلباء کے ریاضی کے امتحان میں حاصل کردہ نمبروں کی تفصیل درج ہے۔

نمبر	0-29	30-39	40-49	50-59	60-99
تعدد	10	15	25	34	16

10.4 انتشاری پیمائش MEASURES OF DISPERSION

اس سے پچھلے حصے میں ہم مرکزی رجحان کی پیمائشوں پر بحث کر چکے ہیں ہم واحد قیمت (مثال کے طور پر اوسط، وسطانیہ اور عادہ) معلوم کرنا سیکھ چکے ہیں جو کہ کسی مواد کی وسطی قیمت نکالنے میں مددگار ہوتی ہیں۔

اس مقصد کے لئے ہم درج ذیل تفصیل کو لیتے ہیں۔

1.	63, 63, 63, 63, 63, 63, 63, 63	$\overline{X} = 63$
2.	62, 62, 62, 63, 63, 64, 64, 64	$\overline{X} = 63$
3.	48, 49, 57, 63, 69, 68, 74, 78	$\overline{X} = 63$
4.	40, 41, 47, 52, 62, 87, 88, 94	$\overline{X} = 63$

درج بالا تفصیل کی اوسط یکساں یعنی 63 ہے، لیکن یہ تفصیل اپنی انتشار میں بہت مختلف ہیں یعنی کہ اپنی اوسط قیمت سے پھیلاؤ میں۔

چونکہ قیمتوں کے انتشار میں بہت فرق ہے۔ اس کے باوجود یہ ایک ہی اوسط یعنی 63 سے بیان ہوتی ہیں۔ تاہم ہمیں ایک پیمانے کی ضرورت ہے جو اس بات کا تعین کر سکے کہ مواد کتنا پھیلا ہوا ہے۔

اس مقصد کے لیے استعمال کی جانے والی پیمائشوں کو انتشاری پیمائش کہتے ہیں۔

سعت Range

انتشار کی سادہ ترین پیمائش سعت ہے۔ سعت مواد کی سب سے بڑی قیمت کا سب سے چھوٹی قیمت سے فرق ہوتی ہے۔ اگر سب سے چھوٹی قیمت X_o ہو اور سب سے بڑی قیمت X_m ہو تو سعت R کو یوں ظاہر کیا جاتا ہے۔

$$R = X_m - X_o$$

مثلاً قیمتوں کے سیٹ 6,8,13,11,18,27,23 کے لیے

$$R = 27 - 6 = 21$$

مثال :-

درج ذیل مواد کی سعت معلوم کیجئے۔

(i) 2,9,3,6,12,8 (ii) 6,8,10,14,13,12 (iii) 10,18,9,6,22

حل :-

(i) سب سے چھوٹی قیمت = 2, سب سے بڑی قیمت = 12, سعت = 12 − 2 = 10

(ii) سعت = 14 − 6 = 8

(iii) سعت = 22 − 6 = 16

تغیریت Variance

تغریت معیاری انحراف کا مربع کہلاتی ہے۔یعنی مواد کی اوسط سے انحراف کے مربعوں کی اوسط کے برابر ہے۔

$$\text{تغریت} = \frac{\sum(x-\overline{X})^2}{n} \quad \text{(غیر گروہی مواد)}$$

$$\text{تغریت} = \frac{\sum f(x_i-\overline{X})^2}{\sum f} \quad \text{(گروہی مواد)}$$

معیاری انحراف Standard Deviation

یہ دیئے گئے مواد کے اوسط فرق کے مربعوں کی اوسط کا مثبت جذر ہوتی ہے۔

n قیمتوں $x_1, x_2, \ldots\ldots x_n$ کے معیاری فرق کو S سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

$$S = \sqrt{\frac{\sum(x-\overline{X})^2}{n}} \quad \text{(غیر گروہی مواد)}$$

$$S = \sqrt{\frac{\sum f(x-\overline{X})^2}{\sum f}} \quad \text{(گروہی مواد)}$$

$$n = f_1 + f_2 + \cdots + f_k = \sum f \qquad \text{جبکہ}$$

مثال 1:- مواد $1,2,3,4,6,8,11$ کے لیے معیاری فرق اور تغریت معلوم کیجئے۔

حل:-

$$\overline{X} = \frac{1+2+3+4+6+8+11}{7} = \frac{35}{7} = 5$$

$$S = \sqrt{\frac{\sum(x-\overline{X})^2}{n}}$$

$$= \sqrt{\frac{(1-5)^2+(2-5)^2+(3-5)^2+(4-5)^2+(6-5)^2+(8-5)^2+(11-5)^2}{7}}$$

$$= \sqrt{\frac{16+9+4+1+1+9+36}{7}} = \sqrt{\frac{76}{7}}$$

$$= \sqrt{10.86}$$

$$S = 3.295$$

معیاری فرق $= S = 3\ 2955$

$$\text{تغریت} = \frac{\Sigma(x-\overline{X})^2}{n} = \frac{76}{7}$$

$$= 10.86$$

مثال 2:- انگریزی کے کسی امتحان میں 50 طلباء کے حاصل کردہ نمبروں کی تعددی تفصیل کا معیاری انحراف معلوم کیجئے۔ نیز اس کی تغیریت بھی معلوم کیجئے۔

نمبر	20–24	25–29	30–34	35–39	40–44	45–49	50–54
تعداد	1	4	8	11	15	9	2

حل:-

نمبر	تعداد (f)	جماعتی نمائندہ قیمت	fx	$x-\overline{X}$	$(x-\overline{X})^2$	$f(x-\overline{X})^2$
20–24	1	22	22	− 17	289	289
25–29	4	27	108	− 12	144	576
30–34	8	32	256	− 7	49	392
35–39	11	37	407	− 2	4	44
40–44	15	42	630	3	9	135
45–49	9	47	423	8	64	576
50–54	2	52	104	13	169	338
	$n=\Sigma f=50$		$\Sigma fx=1950$			2350

$$\overline{X} = \frac{\Sigma f x}{\Sigma f} = \frac{1950}{50} = 39 \text{ نمبر}$$

$$S = \sqrt{\frac{\Sigma f(x-\overline{X})^2}{n}} = \sqrt{\frac{2350}{50}} = \sqrt{47}$$

پس معیاری فرق $= S = 6.85$ نمبر

اور
$$= \frac{\Sigma f(x-\overline{X})^2}{n} = \frac{2350}{50}$$

$= 47$ مربع نمبر

مشق 10.4

1- دیئے گئے مواد کا مجموعی تعددی کثیر الاضلاع (یعنی اوگو) بنایئے۔

(i) جدول میں 10 سالہ عمر کے 60 بچوں کے اوزان (کلوگرام میں) کی تفصیل دی گئی ہے۔

وزن (کلوگرام)	31-36	37-39	40-42	43-45	46-54
تعدد	8	10	18	12	12

(ii) جدول میں 50 طلباء جن کی عمریں 5 سال ہیں کا رات کے کھانا کھانے کے اوقات (منٹوں) میں تفصیل دی گئی ہے۔

وقت (منٹوں میں)	4-5	6-7	8-9	10-11	12-15	16-19	20-29
تعدد	5	4	10	9	6	6	10

(iii) جدول میں 08:30 تا 09:30 کے دوران صبح کے اوقات میں مختلف عُمر کے لوگوں کی بس سٹاپ پر بس میں سوار ہونے کی تفصیل درج ہے۔

عُمر (سالوں میں)	0-9	10-19	20-29	30-39	40-69
تعدد	10	20	30	20	15

(iv)

جماعتیں	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30
تعدد	10	15	20	30	15

(v) جدول میں 100 لوگوں کے اوزان کی تعددی تفصیل درج ہے۔

اوزان (کلوگرام میں)	50-59	60-69	70-79	80-89	90-99	100-109
تعدد	15	30	35	15	3	2

جائزہ مشق 10

صحیح جواب کے گرد دائرہ لگائیے۔

-1

(i) جب کوئی کالمی نقشہ اس طرح سے تیار کیا جائے کہ ہر کالم کا رقبہ اس میں موجود گروہ کے تعدد کے متناسب ہو تو یہ کہلاتا ہے۔

(a) مخنی (b) اوگو (c) کالمی نقشہ (d) بارچارٹ

(ii) کسی مواد کا شماریاتی اختصار جو وسط (مرکز) کی پیائش کرتا ہے، کہلاتا ہے۔

(a) اوسط (b) عادہ (c) وسطانیہ (d) سب کے سب

(iii) اگر کسی مواد کی قیمتوں کو جمع کر کے مجموعہ کو ان کی کل تعداد پر تقسیم کیا جائے تو یہ کہلاتا ہے۔

(a) اوسط (b) عادہ (c) وسطانیہ (d) اوزانی اوسط

(iv) کسی مترتب مواد میں وسطی عددی قیمت کہلاتی ہے۔

(a) عادہ (b) وسطانیہ (c) اوسط (d) ضربی اوسط

(v) وہ قیمت جو کسی مواد میں سب سے زیادہ مرتبہ آئے، کہلاتی ہے۔

(a) عادہ (b) اوسط (c) وسطانیہ (d) ضربی اوسط

(vi) $\overline{X} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_n}{n}$ کہلاتا ہے۔

(a) $x_1, x_2, \cdots, x_n$ کا اوسط (b) حسابی اوسط

(c) ضربی اوسط (d) اوزانی اوسط

(vii) $H = \frac{n}{\sum\left(\frac{1}{x}\right)}$ کہلاتا ہے۔

(a) ہارمونک اوسط (b) عادہ (c) اوسط (d) حسابی وسط

(viii) $\overline{X}_w = \frac{\sum wx}{\sum w}$ کہلاتا ہے۔

(a) حسابی اوسط (b) اوزانی اوسط

(c) ضربی اوسط (d) اوسط

(ix) $\sum(x_i - \overline{X}) = 0$ کو خاصیت کہا جاتا ہے۔

(a) حسابی وسط (b) ضربی اوسط

(c) ہارمونک اوسط (d) عادہ

2- خالی جگہ پر کیجیے۔

(i) کوئی کالمی نقشہ اس طرح سے تعمیر کیا جائے کے ہر کالم کا رقبہ اس میں موجود گروہ کے تعدد کے متناسب ہو تو وہ _____ کہلاتا ہے۔

(ii) شماریاتی اختصار جو کہ کسی مواد کی درمیانی (وسطی) قیمت کی نمائندہ ہو _____ کہلاتا ہے۔

(iii) اگر کسی مواد کی تمام عددی قیمتوں کو جمع کر کے ان کی تعداد پر تقسیم کیا جائے تو یہ _____ کہلاتا ہے۔

(iv) عددی قیمت کے لحاظ سے کسی مترتب مواد کی وسطی قیمت _____ کہلاتی ہے۔

(v) وہ عددی قیمت جو کسی مواد میں سب سے زیادہ مرتبہ آئے _____ کہلاتی ہے۔

(vi) $\overline{X} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_n}{n}$ _____ کہلاتا ہے

(vii) n قیمتوں والے سیٹ کے حاصل ضرب کا nth جذر _____ کہلاتا ہے۔

(viii) $H = \frac{n}{\Sigma\left(\frac{1}{x}\right)}$ _____ کہلاتا ہے۔

(ix) $\overline{X}_w = \frac{\Sigma wx}{\Sigma w}$ _____ کہلاتا ہے۔

(x) $\Sigma(x_i - \overline{X}) = 0$ _____ کی ایک خاصیت ہے۔

3- $2,3,6,8,11$ کا معیاری انحراف معلوم کریں۔

4- غیر گروہی مواد جس میں $\Sigma(x - \overline{x})^2 = 1444, n = 15$ ہو تو اس غیر گروہی مواد کا معیاری انحراف اور تغیریت معلوم کیجیے۔

5- مواد $3.5,6,8,8,9,10$ کا *(i)* اوسط *(ii)* وسطانیہ *(iii)* عادہ معلوم کیجیے۔

6- درج ذیل قیمتوں کے سیٹ

$4,6,7,4,8,9,7,10$ کا اوسط، وسطانیہ اور عادہ معلوم کیجیے۔

خلاصہ

- کالمی نقشہ جس کے ہر کالم کا رقبہ اس میں موجود گروہ کی قیمتوں کی تعداد کے متناسب ہو اس مواد کا کالمی نقشہ کہلاتا ہے۔

- مجموعی تعدد، کسی بھی قدر سے پہلی قدروں کے تعددات کے مجموعہ کو کہتے ہیں۔

- جب مجموعی تعدد کو بالمقابل جماعتی وقفوں کی انتہائی قیمت کے بالمقابل رکھ کر گراف پیپر پر نقاط لگائے جائیں۔ پھر ان نقاط کو ملانے سے حاصل شدہ گراف کو مجموعی تعددی کثیر الاضلاع کہتے ہیں۔

- شماریاتی اختصار کسی مواد کی وسطی (مرکز) کا تعین کرتا ہے۔

- کسی مواد کا اوسط حاصل کرنے کے لئے اس کی تمام قیمتوں کو جمع کر کے اس کی تعداد پر تقسیم کیا جاتا ہے۔

- کسی مواد کی عددی ترتیب میں درمیانی قیمت وسطانیہ کہلاتی ہے۔

- عادہ کسی مواد میں سب سے زیادہ بار آنے والی قیمت ہوتی ہے۔

- کسی غیر گروہی مواد کا حسابی اوسط اس کی تمام عددی قیمتوں کو جمع کر کے ان کی کل تعداد سے تقسیم کر کے حاصل کیا جاتا ہے۔

- وسطانیہ کسی مواد کو دو برابر حصوں میں تقسیم کرتا ہے جبکہ کچھ اور قیمتیں مواد کے سیٹ کو چار برابر حصوں میں تقسیم کرتی ہیں جو کہ پہلا، دوسرا اور تیسرا ربعی قاطع کہلاتے ہیں۔

- n مثبت قیمتوں $x_1, x_2, \ldots, x_n$ کا ضربی اوسط "G" ان کے حاصل ضرب کا n واں مثبت جذر ہوتا ہے۔

- n قیمتوں $x_1, x_2, \cdots, x_n$ کا ہارمونک اوسط "H" ان قیمتوں کے ضربی معکوس قیمتوں کے حسابی اوسط کا ضربی معکوس قیمت ہوتا ہے۔

- تغیریت، معیاری انحراف کا مربع ہوتی ہے۔ یعنی کہ حسابی اوسط سے مواد کی قیمتوں کے فرق کے مربعوں کے اوسط کے برابر ہوتی ہے۔

- انتشار کی سادہ ترین پیمائش سعت (*Range*) ہے۔ سعت کسی مواد کی سب سے بڑی قیمت کا سب سے چھوٹی قیمت سے فرق ہوتی ہے۔

- معیاری فرق تمام قیمتوں کے حسابی اوسط کے مواد کی قیمتوں کے فرق کے مربعوں کی اوسط کا مثبت جذر ہوتا ہے۔ n قیمتوں $x_1, x_2, \ldots\ldots x_n$ کا معیاری انحراف 'S' سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

- اگر مواد میں $x_1, x_2, \cdots, x_k$ قیمتوں کے اوزران (*Weight*) بالترتیب $w_1, w_2, \cdots, w_k$ ہوں تو اوزانی حسابی اوسط جو کہ $\overline{x_w}$ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

$$\overline{x}_w = \frac{\sum_{i=1}^{k} w_i x_i}{\sum_{i=1}^{k} w_i}$$

جوابات

مشق 1.1

1- (i) $\frac{19}{20}$ (ii) $\frac{13}{20}$ (iii) $\frac{3}{4}$ (iv) $\frac{1}{4}$ (v) $\frac{14}{25}$ (vi) $\frac{12}{25}$ (vii) $\frac{2}{25}$ (viii) $\frac{67}{200}$
(ix) $\frac{3}{8}$ (x) $\frac{7}{8}$ (xi) $\frac{21}{400}$ (xii) $\frac{17}{40}$

2- (i) 75% (ii) 60% (iii) 16% (iv) 65% (v) 124% (vi) 52.5% (vii) 38.3%
(viii) 266.66% (ix) 160% (x) 87.5% (xi) 62.5% (xii) 37.5%

3- (i) 0.47 (ii) 0.58 (iii) 0.92 (iv) 0.08 (v) 0.12 (vi) 1.20
(vii) 1.80 (viii) 1.45 (ix) 0.055 (x) 0.0533 (xi) 0.486 (xii) 0.583

4- (i) 50% (ii) 90% (iii) 125% (iv) 139% (v) 172% (vi) 22%
(vii) 264% (viii) 341% (ix) 84.5% (x) 178% (xi) 158% (xii) 6.5%

5- (ii) 80% (iii) $\frac{2}{5}$, 0.4 (iv) $\frac{31}{50}$, 62% (v) $\frac{11}{25}$, 0.44

مشق 1.2

1- 55% 2- 18% 3- 12% 4- (i) پاکستانی = 208, چائنیز = 68, ایرانی = 48, برطانوی = 76 (ii) 19%
5- ریاضی 6- 27.78% 7- 500 سے 8- 7500 روپے 9- 20%

مشق 1.3

1- (i) 4 : 1 (ii) 4 : 1 (iii) 1 : 4 (iv) 1 : 1 (v) 5 : 4 (vi) 6 : 11

2- (i) 10 : 9 (ii) 16 : 15 (iii) 25 : 21 (iv) 13 : 6 (v) 4 : 1
(vi) 1 : 50 (vii) 3 : 4 (viii) 3 : 7 (ix) 6 : 5

3- (i) 14 : 9 (ii) 3 : 25 (iii) 9 : 28

4- (i) 15 : 23 (ii) 23 : 17 (iii) 23 : 12 (iv) 12 : 17 (v) 4 : 5 (vi) 17 : 15

مشق 1.4

1- 1 : 1 2- 16 : 15 3- 3 : 4 4- (i) 1 : 3 (ii) 1 : 3 (iii) 1 : 9 5- 2 : 1
6- (i) 3 : 4 (ii) 2 : 3 (iii) 1 : 2 7- 3 : 7 8- (i) 8 : 7 (ii) 7 : 1 (iii) 8 : 1
9- (i) 3 : 4 (ii) 9 : 16 10- (i) 2 : 1 (ii) 1 : 3

جوابات

مشق 1.5

1- 20 2- سوٹ 9 3- لٹر 5 4- کلومیٹر فی گھنٹہ 75

5- دن 8 6- بائیسکل 120 7- پکے 864 8- سوٹ 720

9- روپے 2240 10- روپے 18200 11- گائیں 110 12- بوتلیں 2700

جائزہ مشق 1

1- صحیح جواب کے گرد دائرہ لگائیے۔

(i) b (ii) b (iii) a (iv) d (v) c (vi) b (vii) d (viii) a (ix) a (x) b

2- خالی جگہ پُر کیجئے۔

(i) 450 (ii) $\frac{3}{20}$ (iii) 28 % (iv) 67% (v) 29 % (vi) اینٹی سی ڈینٹ

(vii) کانی کوئنٹ (viii) طرفین (ix) وسطین (x) 10 : 9

3- 30% 4- روپے 7000 5- (i) 2:1 (ii) 22:5 (iii) 11:3

6- 2 : 3 7- دن 16 8- روپے 9720

مشق 2.1

1- روپے 27750 2- روپے 7500 3- روپے 15,000 4- روپے 36,250 5- روپے 60,000

6- روپے 17500 7- روپے 93750 بیوہ ؛ روپے 262500 بیٹا ؛ روپے 131250 بیٹی

8- بیوہ روپے 50,000 ؛ بیٹی روپے 87500 9- روپے 3,75,000

10- بیوہ روپے 2,50,000 ؛ بیٹا روپے 8,75,000

11- بیوہ روپے 60,000 ؛ بیٹا روپے 84,000 ، بیٹی روپے 42000 12- 100,000

جائزہ مشق 2

1- صحیح جواب کے گرد دائرہ لگائیے۔

(i) a (ii) c (iii) a (iv) a (v) c (vi) b (vii) a (viii) c (ix) a (x) a

2- خالی جگہ پُر کیجئے۔

(i) 2.5 % (ii) 10 % (iii) 5 % (iv) 5000 روپے (v) 10,000 روپے

(vi) $\frac{1}{8}$ (vii) $\frac{1}{4}$ (viii) $\frac{1}{2}$ (ix) 2:1 (x) $\frac{2}{3}$

3- 37500 روپے 4- 24500 روپے 5- بیوہ روپے 5,62,500 بیٹے روپے 19,68,750

6- بیوہ کا حصہ روپے 6,00,000 ہر بیٹے کا حصہ روپے 8,40,000 ہر بیٹی کا حصہ روپے 4,20,000

جوابات

مشق 3.1

1- (i) 1045 روپے (ii) 1463 روپے (iii)10560 روپے (iv) 119700 روپے (v) 494.40 روپے (vi) 729.60 روپے
2- 2,73,000 روپے 3- (i) 640 روپے (ii) 925 روپے (iii) 1560 روپے (iv) 3000 روپے (v) 75 روپے
4- $12\frac{1}{2}\%$ 5- 25 % 6- 1260 روپے 7- 213 روپے 8- 1215 روپے

مشق 3.2

1- (i) 684.32 روپے (ii) 2622 روپے (iii) 364.089 روپے 2- (i) 560 روپے (ii) 975 روپے (iii) 2500 روپے
3- 5 % 4- 7.5 % 5- 400 روپے 6- 920 روپے 7- 11730.60 روپے 8- 20 %

مشق 3.3

1- 60,000; 40,000; 1,00,000
2- 56,250 روپے عبداللہ کا حصہ ; 33,750 روپے دانیال کا حصہ ; 22,500 علی کا حصہ
3- 180; 240; 300
4- 3,50,000 روپے تیسرا حصہ دار کا منافع ; 1,50,000 روپے دوسرا حصہ دار کا منافع ; 1,00,000 روپے پہلے حصہ دار کا منافع
2100,000 روپے تیسرے حصہ دار کی رقم ; 900,000 روپے دوسرے حصہ دار کی رقم ; 600,000 روپے پہلے حصہ دار کی رقم
5- 39200 6- 154 روپے ، A کو ملنے والی رقم 70 روپے

جائزہ مشق 3

1- صحیح جواب کے گرد دائرہ لگائیے۔

(i) c (ii) b (iii) b (iv) b (v) a

2- خالی جگہ پُر کیجیے۔

(i) قیمت خرید (ii) قیمت فروخت (iii) نفع (iv) $\frac{\text{نقصان}}{\text{قیمت خرید}} \times 100$ (v) 100 − رعایت %

3- 5.5 % 4- 16.6 % 5- 9000; 15000; 9000 6- (i) 60000 (ii) 36000

مشق 4.1

1- 161.406 پاؤنڈ 2- 1,11,724.5 روپے 3- 15 روپے نفع
4- (i) 12615 روپے (ii) 12517.42 روپے (iii) 97.58 روپے 5- (i) 4.6296 روپے (ii) 0.2067 ریال فی کلوگرام
6- 15772 روپے 7- 1099.58 نقصان 8- 4759 روپے نفع 9- (i) خریدنے کا خرچہ TT=10055.20 (ii) 1857.37 روپے

مشق 4.2

1- 1100 2- 132 3- 10 سال 4- 4.25% سالانہ 5- 1019.50 6- $7\frac{1}{2}\%$ سالانہ
7- (a) 6720,18720 (b) 4 سال, 720 (c) 300,408 (d) 4%,4200 (e) 3600,5% (f) 7%,1989
(g) 6%,540 (h) 1200, $1\frac{1}{2}$ سال 8- 16 9- 6180 10- 20,000
11- (i) 94.50 روپے (ii) 257.72 روپے (iii) 1244.03 روپے (iv) 149.84 روپے (v) 2422.94 روپے
12- 5829.57 روپے 13- 903.13 روپے 14- 9001.35 روپے

جوابات

مشق 4.3

1- 1520.50 روپے 2- 88.50 روپے 3- 65000 روپے 4- 7084 روپے 5- 3600 روپے

6- 35000 روپے 7- 157.49 روپے 8- 3040 روپے 9- 6480 روپے

مشق 4.4

1-

پالیسی کی رقم	سالانہ پریمیم	ششماہی پریمیم	سہ ماہی پریمیم	ماہانہ پریمیم
(i) 50,000	2250 + 125	1235	641.50	213.75
(ii) 100,000	4500 + 200	2444	1269.00	423.00
(iii) 150,000	6750 + 200	3614	1876.50	625.30
(iv) 200,000	9000 + 200	4784	2484.00	828.00

2- (50,000 + 1,20,000 + 4500) روپے = 1,74,500 روپے 3- (150000 + 135000 + 121500 + 0) روپے = 406500 روپے

4- 700,000 روپے, 159050 روپے 5- 4,32,250 روپے 6- (36,125 + 32512.50) روپے = 68,637.50 روپے

7- (26,250 + 23,625 + 21,262.50 + 19136.25) = 90273.75 روپے نفع 9726.25 روپے

8- 800,000 روپے تقریباً, 23400 روپے, صفر

مشق 4.5

1- (a) i. 90 روپے ii. 25% (b) i. 150 روپے ii. $16\frac{2}{3}$% (c) i. 3000 روپے ii. 12% 2- (i) 21 روپے (ii) 288 روپے

3- (a) i. 236 روپے ii. 18% (b) i. 51750 روپے ii. 15% (c) i. 1960 روپے ii. 22.5%

4- (a) i. 63 روپے ii. 7% (b) i. 200 روپے ii. 15% (c) i. 75 روپے ii. $16\frac{2}{3}$%

5- (i) 3716.80 روپے (ii) 516.80 روپے (iii) 16.15%

جائزہ مشق 4

1- صحیح جواب کے گرد دائرہ لگائیے۔

(i) a (ii) b (iii) a (iv) c (v) a (vi) a (vii) a (viii) c (ix) a

2- خالی جگہ پُر کیجئے۔

(i) چیک (ii) بے آرڈر (iii) ATM (iv) نفع (v) شرح

(vi) مدت (vii) اضافی رقم (viii) پریمیم (ix) تبدیل کرنے والا (x) بیمہ دار

3- 515,850 روپے 4- 700,000 روپے, 159,050 روپے 5- 27,250 روپے اصل رقم 2,750 روپے اضافی رقم

مشق 5.1

1- 28000 روپے 2- 6400 روپے, 46400 روپے 3- 18,00,000 روپے, 28,00,000 روپے

4- 2,40,000 روپے, 3,20,000 روپے 5- 11250 روپے, 13950 روپے 6- 16350 روپے 7- 21375 روپے 8- 6875 روپے

مشق 5.2

1- (i)5124.29روپے (ii)9168.056روپے (iii)3622.84روپے (iv)950.12روپے (v)14771.5روپے (vi)9848.75روپے

2- (i)1155.39 روپے (ii)718.09 روپے (iii)1540 روپے (iv)1021.41روپے

3- (i)3153.50 روپے (ii)3808 روپے (iii)4462.50 روپے (iv)16060.50روپے
(v)2856 روپے (vi)1874.25روپے

مشق 5.3

1- 48 گھنٹے 1920روپے 2- 4800 روپے 3- 17640روپے 4- 26500 روپے 5- 41,500 روپے

6- (i)1975 روپے (ii) 2725 روپے (iii)2875روپے 7- 10,800 روپے

جائزہ مشق 5

1- صحیح جواب کے گرد دائرہ لگائیے۔

(i) a (ii) b (iii) a (iv) b (v) a (vi) a (vii) c

2- خالی جگہ پُر کیجئے۔

(i) ٹیکس (ii) براہ راست ٹیکس (iii) بالواسطہ ٹیکس (iv) سیلز ٹیکس (v) ایکسائز ڈیوٹی

(vi) جائیدادی ٹیکس (vii) انکم ٹیکس (viii) 90,000روپے (ix) 1200 روپے (x) 4,50,000

3- 19200 روپے 4- 24750 روپے 5-15867.37روپے

6- (i)987.057روپے (ii)710 روپے (iii)1329روپے (iv)1024 روپے 7- 70500 روپے

مشق 6.1

1- (i) $\sqrt{3}$ ریڈیکل 3 ; ریڈی کینڈ (ii) $\sqrt{a}$ ریڈیکل a ; ریڈی کینڈ (iii) $\sqrt{11}$ ریڈیکل 11 ; ریڈی کینڈ
(iv) $\sqrt{6}$ ریڈیکل 6 ; ریڈی کینڈ (v) $\sqrt{5}$ ریڈیکل 5 ; ریڈی کینڈ (vi) $\sqrt{13}$ ریڈیکل 13 ; ریڈی کینڈ

2- (i) $a^{3/2}$ (ii) $a^{3/5}$ (iii) $a^{-k/p}$ (iv) $a^{-k/b}$

3- (i) $\sqrt{25}$; 5 (ii) $\sqrt[3]{64}$; 4 (iii) $\sqrt[4]{81}$; 3 (iv) $\sqrt[3]{27}$; 3 (v) $\sqrt[3]{(27)^2}$; 9 (vi) $\sqrt[3]{8}$; $\frac{1}{2}$
(vii) $\sqrt[3]{(1000)^2}$; 100 (viii) $\sqrt{64}$; 8

4- (i) a^8 (ii) a^5 (iii) $3a^3$ (iv) $2a^3$ (v) x^8 (vi) $3x^5$ (vii) $5x^3y^5$
(viii) $(8+y)^{7/2}$ (ix) $2x^{1/2}y^{3/2}$ (x) $\frac{x^{5/4}y^{3/2}}{z^{1/2}}$ (xi) $\frac{2x^{1/3}}{(x+y)^{1/3}}$ (xii) $\frac{y^{n/p}}{a^{m/p}}$

5- (i) $\sqrt{21}$ (ii) $\sqrt[3]{512}$ (iii) $\sqrt[5]{2187}$ (iv) $\frac{1}{\sqrt[18]{2}}$ (v) $\sqrt[5]{59}$ (vi) $\sqrt{\frac{1}{3}}$ (vii) $\sqrt[12]{a^{11}}$
(viii) $\sqrt[4]{x^{24/7}y}$ (ix) $y\sqrt{x^9}$ (x) $\sqrt[6]{x}$ (xi) $\sqrt[4]{x^4y^5}$ (xii) $\sqrt[24]{a^{37}b^{26}}$ (xiii) $x^{29/60}y^{11/10}$

جوابات

مشق 6.2

1-

جزو نمبر	(i)	(ii)	(iii)	(iv)	(v)	(vi)
اساس	x	x	$4y$	$x-2$	x	x
قوت نما	3	9	3	3	5	2

2- a^6b^9 **3-** $\frac{x^{4/3}}{y}$ **4-** $\frac{1}{y^{2a+3b}}$ **5-** $\frac{1}{2x^{1/2}y^{1/2}}$ **6-** $\frac{4}{9a^2x^2}$ **7-** $16ac^4$

8- $\frac{3}{ba^{1/2}}$ **9-** $\frac{a^{11/2}c^{3/2}}{b^3}$ **10-** b^3 **11-** $\frac{x^{11}y^6}{16}$ **12-** ab^{13} **13-** a^4b^3c

14- $\frac{4b}{9ac^9}$ **15-** $2^{16}\times3^8$ **16-** $2^{14}\times3^7$ **17-** $\frac{1}{2a^4b^6}$ **18-** 2187

19- $\frac{3^7}{2^6}$ **20-** $\frac{2^3}{3^6}$ **21-** $\frac{125}{2187}$ **22-** $a^{7/6}b^{11/12}$ **23-** $a^{5/6}b^{3/2}$ **24-** $a^3b^2c^{3/2}$

25- $a^{1/2}b^{23/72}$ **26-** $a^{11/12}$

27- (i) $4^{4/5}$ (ii) $2^{1/2}$ (iii) $x^{23/20}$ (iv) $10x^{8/15}$ (v) $2y^{5/7}$ (vi) $5x^2$

28- (i) $ab^{3/2}$ (ii) $x^{4/5}y^{5/9}$ (iii) $6a^{8/5}b^{17/15}$ (iv) $2x^{19/28}y^{2/5}$ (v) $x^{19/6}y^{5/6}z^{5/6}$

29- (i) $3^{1/6}$ (ii) $x^{11/45}$ (iii) $\frac{1}{2}x^{3/20}$ (iv) $\frac{5}{4}y^{7/20}$ (v) $x^{5/3}y^{7/5}$ (vi) $a^{7/45}b^{4/15}$

(vii) $2x^{2/15}y^{3/4}$ (viii) $\frac{1}{4}a^{11/20}b^{7/20}$

مشق 6.3

1- 5.1×10^{-2} **2-** 8.899×10^{1} **3-** 4.24×10^{-1} **4-** 2.566324×10^{6}

5- 7.5×10^{-7} **6-** 8600 **7-** 0.00001345 **8-** 0.0000000051

9- 0.0000000525 **10-** 0.0006365 **11-** 4.8×10^{2} **12-** 1.044×10^{6}

13- 3.126×10^{4} **14-** $4.5\times10^{3}\,m$ **15-** 6.4×10^{6}

مشق 6.4

1- (i) 3 (ii) 3 (iii) 0 (iv) $\bar{1}$ (v) $\bar{2}$ (vi) $\bar{4}$

2- (i) 1.7170 (ii) 0.7996 (iii) $\bar{1}$.7873 (iv) $\bar{3}$.7559 (v) $\bar{5}$.4771

3- (i) 0.8044 (ii) $\bar{1}$.8044 (iii) $\bar{3}$.8044 4- (i) 0.01090 (ii) 1.444 (iii) 26530

مشق 6.5

1- (i) 2 (ii) 2 (iii) $\frac{5}{2}$ 2- (i) 1 (ii) 3 (iii) 4 (iv) 2 (v) 3

3- (i) $\log\left(\frac{1.3472\times22.79}{5}\right)$ (ii) $\log\left(\frac{22.13\times0.354\times7}{3}\right)$ (iii) $\log\left(\frac{57.86\times4.385}{2.391\times3.072}\right)$

4- (i) 1.923 (ii) 19.19 (iii) 0.9945

8- (i) 0.3291 (ii) 19.19 (iii) 14.15 (iv) 0.3466 (v) 160.4 (vi) 48.01
(vii) 1964 (viii) 2.082 9- 27.71 10- 67.39 11- 0.1224

جائزہ مشق 6

1- صحیح جواب کے گرد دائرہ لگائیے۔

(i) b (ii) a (iii) b (iv) c (v) a (vi) b (vii) a (viii) b (ix) d (x) a

2- خالی جگہ پُر کیجئے۔

(i) جذری (ii) مجذور (iii) قوت نما (iv) اساس (v) کامن لوگارتھم
(vi) خاصہ (vii) میکیسا

3- (i) $x^{3/2}y^{-5/6}$ (ii) $a^{7/8}b^{7/12}$ 4- (i) $x^{1/3}y^{19/24}$ (ii) $\frac{1}{40}$ 6- (i) 0.2983 (ii) 5.158 (iii) 0.2465

مشق 7.1

1- (i) 4,5,6 (ii) $-1,8,-27$ (iii) 8,11,14 (iv) $\frac{-2}{7},\frac{-1}{3},\frac{4}{11}$ (v) $1,\frac{1}{9},\frac{1}{25}$ (vi) 4,5,6
(vii) $\frac{1}{3},\frac{1}{9},\frac{1}{27}$ (viii) $-2,1,4$ (ix) 1,3,12

2- (i) 51 (ii) 20160 (iii) $\frac{1}{243}$ (iv) 15 (v) $\frac{5}{11}$ (vi) 17

3- (i) 34,42,51,61 (ii) 63,127,254,511 (iii) 112,288,704,1664
(iv) 25,27,30,33 (v) 20,24,28,32 (vi) 12,14,16,18

مشق 7.2

1- (i) 243 (ii) -58 (iii) -82 (iv) 74 (v) -74

2- (i) 16 (ii) 132 (iii) 4 (iv) 65 (v) 79 (vi) 193 **3-** 12 **4-** 39

5- 42 **6-** 20 **7-** $12-11x$ **8-** $3n+24$ **9-** $\left(\frac{3}{3n+1}\right)^2$ **10-** $-2,1,4,7,10,13,\ldots\ldots$

مشق 7.3

1- (i) 2 (ii) $x+3$ (iii) $2\sqrt{7}$ (iv) x^2+1 **2-** $0,9$ **3-** $13,15,17$

4- $\frac{9\sqrt{2}}{4}, \frac{7\sqrt{2}}{2}, \frac{19\sqrt{2}}{4}$ **5-** $\frac{38}{7}, \frac{41}{7}, \frac{44}{7}, \frac{47}{7}, \frac{50}{7}, \frac{53}{7}$ **6-** $\frac{17}{2}, 9, \frac{19}{2}, 10, \frac{21}{2}, 11, \frac{23}{2}$

7- 15 **8-** 70 **9-** $1,17$

مشق 7.4

1- 8192 **2-** 118098 **3-** 48 **4-** 324 **5-** (i) 3 (ii) 5 (iii) 10

6- 576 **7-** 18225 **9-** $\left(\frac{\pm 2}{3}\right)^n$ **10-** $2,6,18$ اور $18,6,2$

11- $\frac{1}{x^{23}}$ **12-** x^{2p-1}

مشق 7.5

1- (i) $\pm 3\sqrt{5}$ (ii) ± 6 (iii) $\pm 2\sqrt{2}$ **2-** (i) 2,4 (ii) 9,27 **3-** (i) 2,4,8 (ii) 2,8,16

4- 6,12,24,48 **5-** 2,8; 8,2 **6-** 2,18 **8-** 80,40,20,10

9- 162,54,18 **10-** $\frac{1}{2}, 2, 8, 32$ **11-** $-28,14,-7, \frac{7}{2}, \frac{-7}{4}, \frac{7}{8}$ **12-** $\frac{16}{27}, \frac{8}{9}, \frac{4}{3}, 2, 3$

جوابات

جائزہ مشق 7

-1 صحیح جواب کے گرد دائرہ لگائیے۔

(i) b (ii) b (iii) a (iv) a (v) c (vi) b (vii) a (viii) c (ix) a (x) b

-2 خالی جگہ پُر کیجئے۔

(i) a_n (ii) 15 (iii) nویں رقم (vi) 10 (v) $\frac{a+b}{2}$

(vi) مشترک نسبت (vii) ar^{n-1} (viii) $\pm\sqrt{ab}$ (ix) 4 (x) $3n+24$

3- $a_n + 2n = 1, 37$ **4-** $a_n = \left(\frac{3}{2n+3}\right)^3$ **5-** 32 **6-** $(3)^{11}$ **7-** 1,2,4,8

8- 2,6,18, یا 18,6,2

مشق 8.1

1. (i) {1,4,6,7,8,9} (ii) {3,4,5,6,7,8,9} (iii) {4,7} (iv) {4}
(v) {1,3,4,5,6,7,8,9} (vi) {4}

8. (i) A (ii) A (iii) A (iv) Φ (v) Φ (vi) $A' \cup B'$
(vii) $A' \cap B'$ (viii) A (ix) Φ (x) ∅

مشق 8.2

1. {(3,1), (3,3), (5,1) (5,3), (6,1), (6,3)} , {(1,3), (1,5) (1,6), (3,3), (3,5), (3,6)}

Dom $A \times B$ = {3,5,6} Range $A \times B$ = {1,3}

Dom $B \times A$ = {1,3} Range $B \times A$ = {3,5,6}

2. {(−2, 2), (−2,1),} {(−2,4) (1,−2)} Dom − {=2} Dom − {−2,=1}

Range − {=2,1} Range − {4,=2}

3. (i) 2^9 (ii) 2^{12} **4.** {(2,2), (3,3), (3,2)}

جائزہ مشق 8

-1 صحیح جواب کے گرد دائرہ لگائیے۔

(i) b (ii) b (iii) a (iv) b (v) a (vi) a (vii) b (viii) b (ix) c (x) d

-2 خالی جگہ پُر کیجئے۔

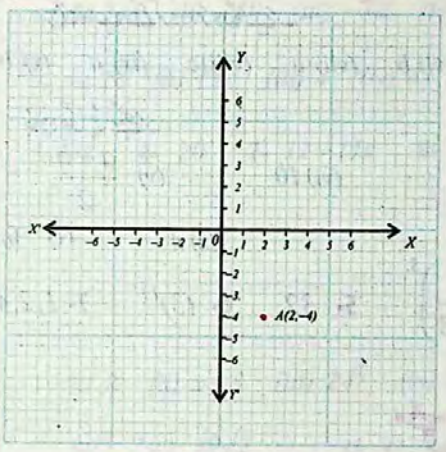
(i) $A' \cap B'$ (ii) $A' \cup B'$ (iii) $(A \cup B) \cup C$ (iv) $(A \cap B) \cap C$
(v) ٹرانزیٹو کا قانون مبادلہ (vi) تقاطع کا قانون مبادلہ
(vii) خالی سیٹ (viii) {1,3,5} (ix) {2,4,6} (x) B سیٹ

6- (i) 2^{16} (ii) 2^6 **7-** Dom (R) = {2,4} Range (R) = {2,5}

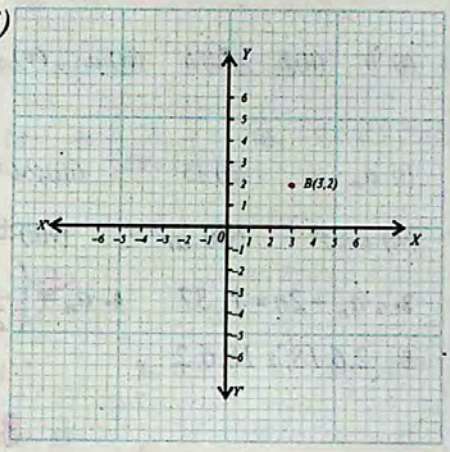
مشق 9.1

1-

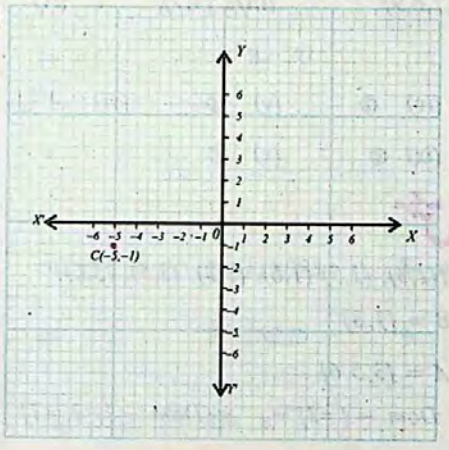
(i)



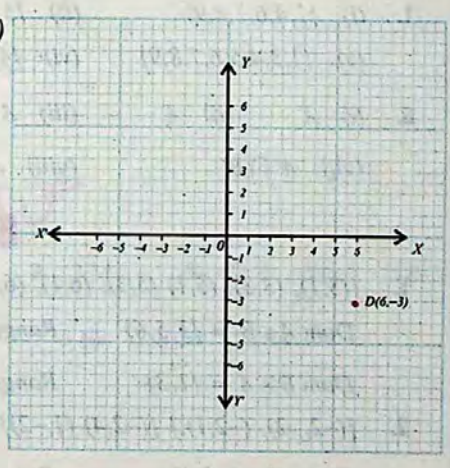
(ii)



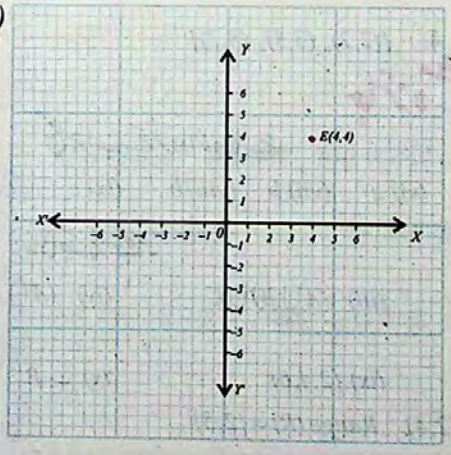
(iii)



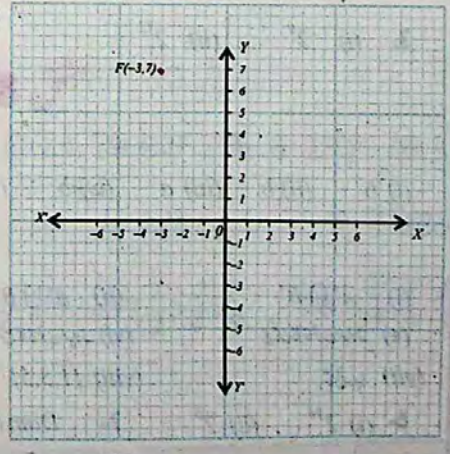
(iv)



(v)

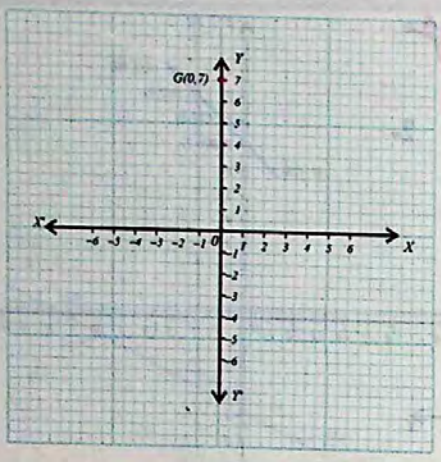


(vi)

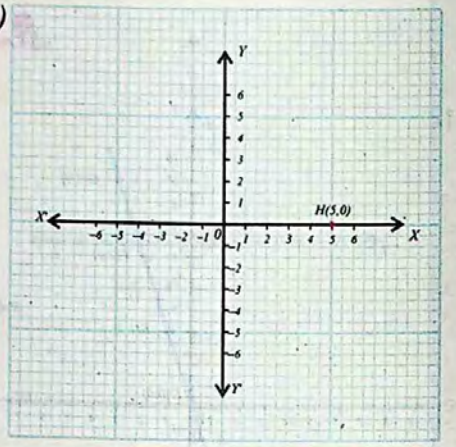


جوابات

(vii)

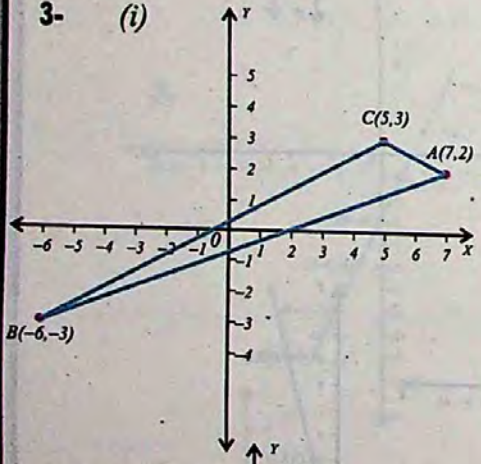


(viii)

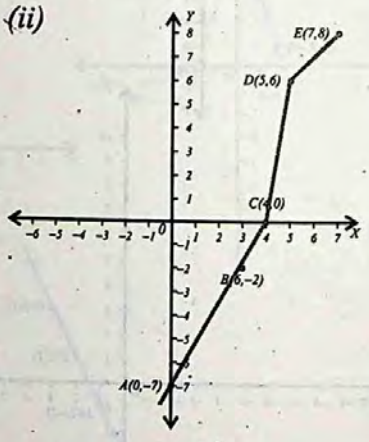


2- (i) (0,0) (ii) (−5,0) (iii) (3,0) (iv) (0,4) (v) (0,−6)

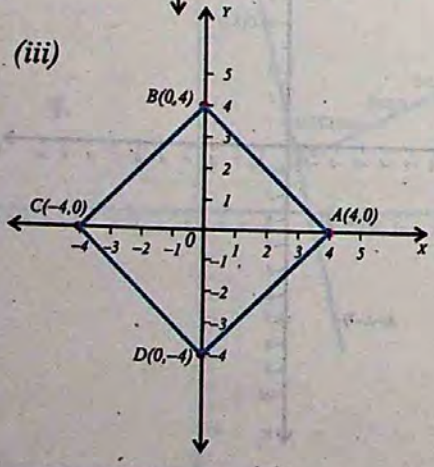
3- (i)



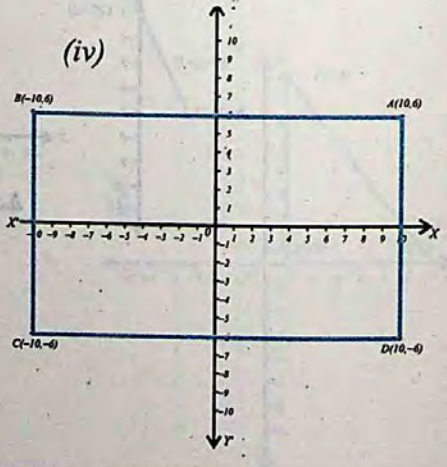
(ii)



(iii)

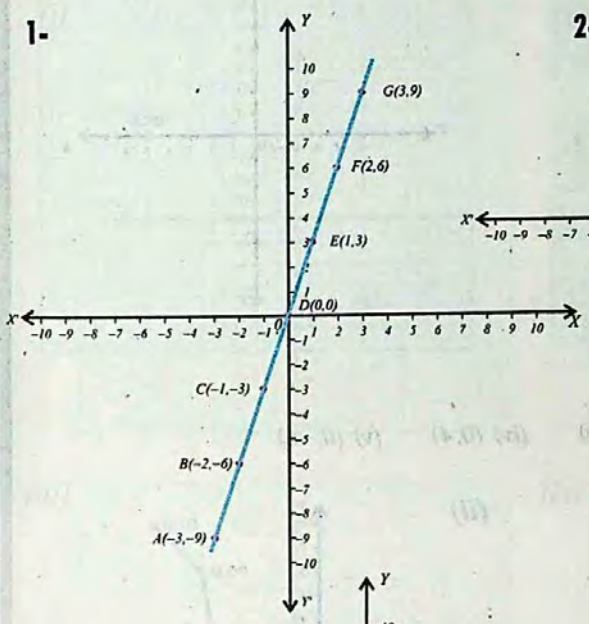


(iv)

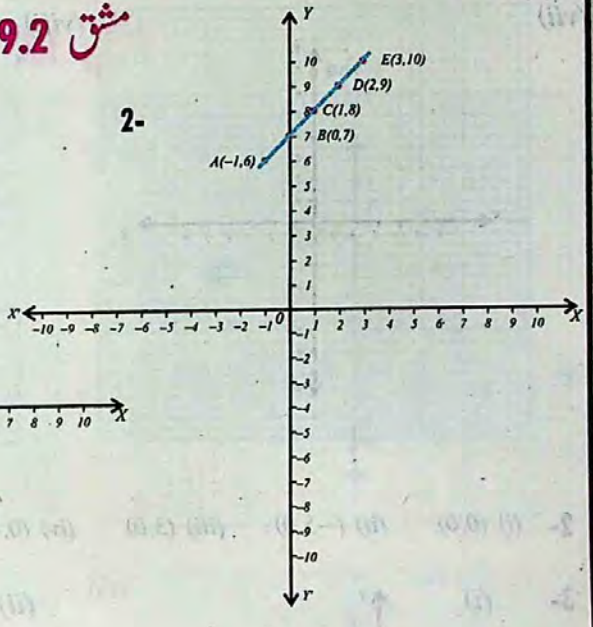


مشق 9.2

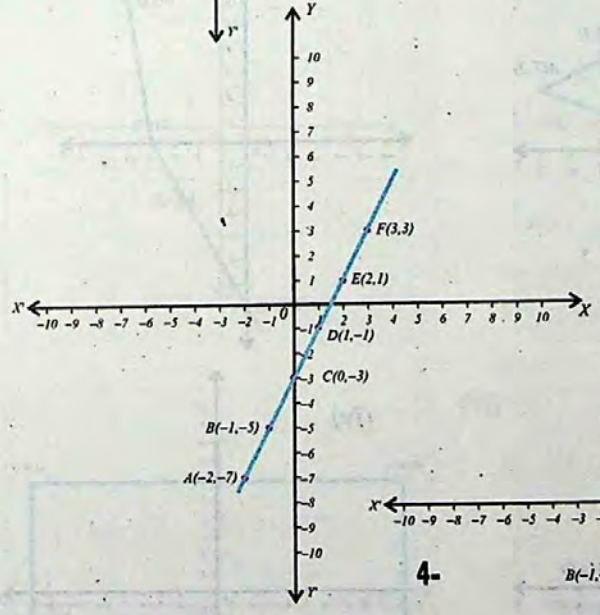
1-


G(3,9)
F(2,6)
E(1,3)
D(0,0)
C(−1,−3)
B(−2,−6)
A(−3,−9)

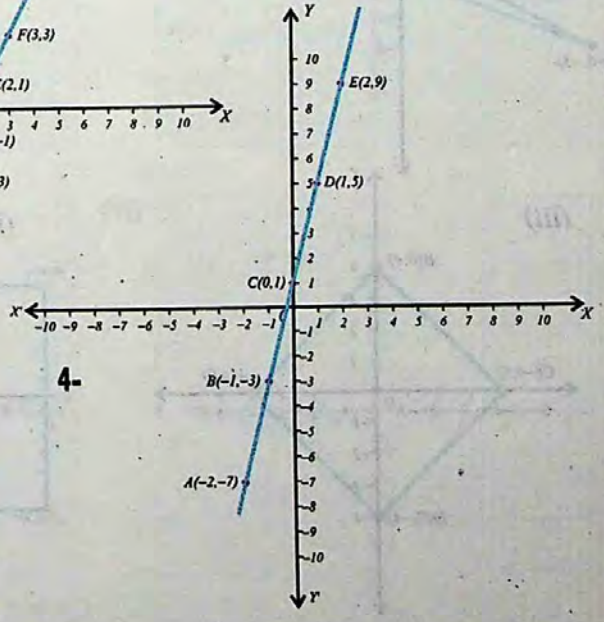
2-


E(3,10)
D(2,9)
C(1,8)
B(0,7)
A(−1,6)

3-

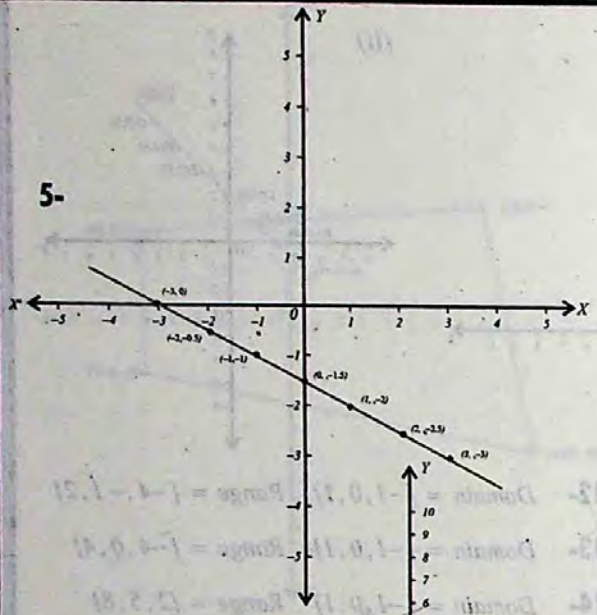

F(3,3)
E(2,1)
D(1,−1)
C(0,−3)
B(−1,−5)
A(−2,−7)

4-

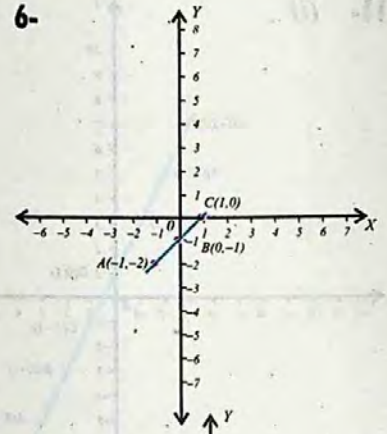

E(2,9)
D(1,5)
C(0,1)
B(−1,−3)
A(−2,−7)

جوابات

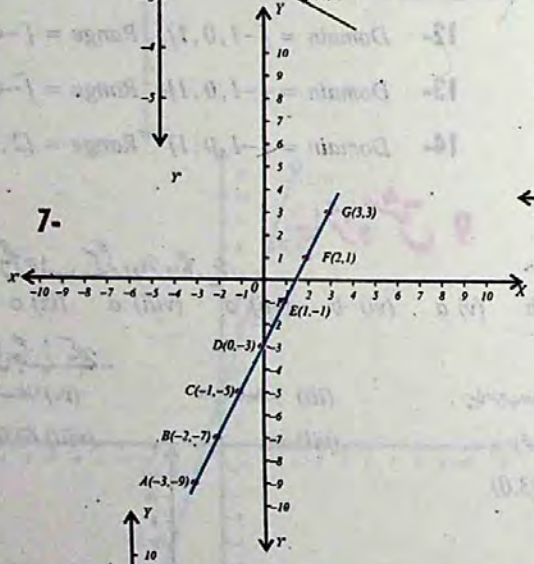
5-



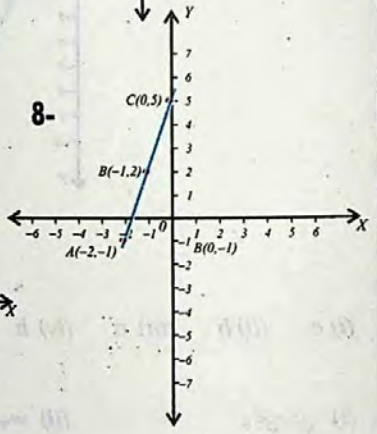
6-



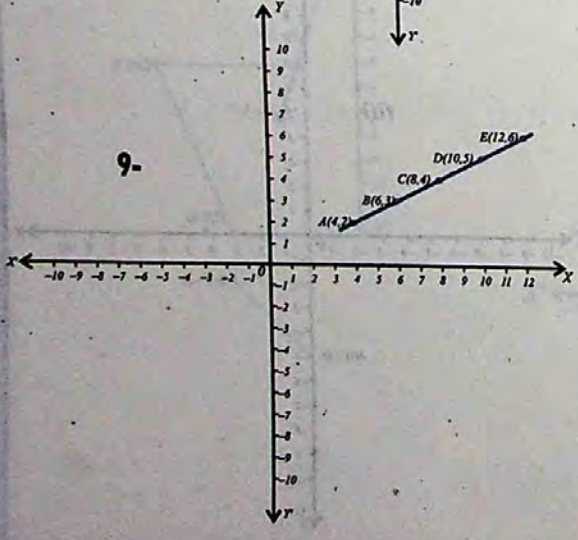
7-



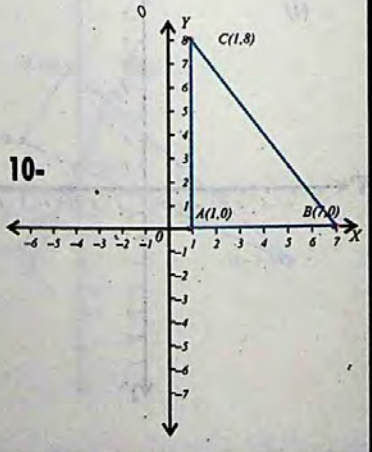
8-



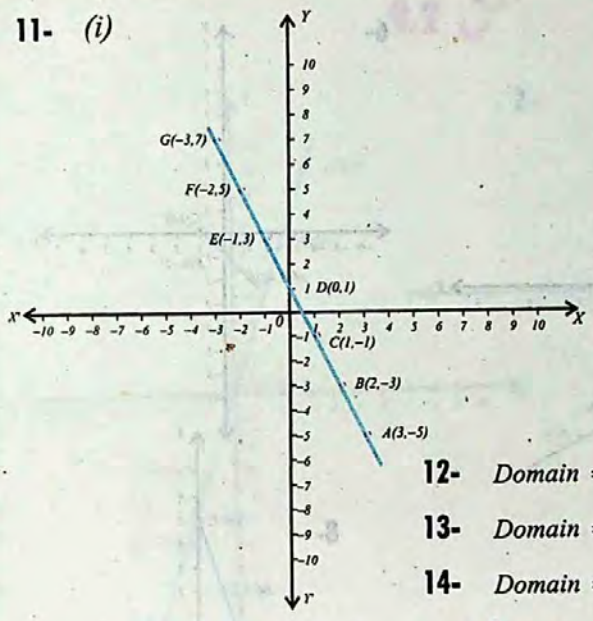
9-



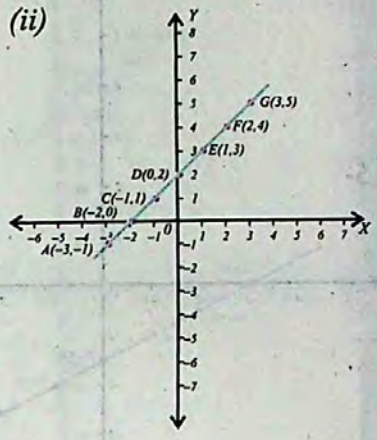
10-



11- *(i)*



(ii)



12- *Domain* $= \{-1, 0, 1\}$, *Range* $= \{-4, -1, 2\}$

13- *Domain* $= \{-1, 0, 1\}$, *Range* $= \{-4, 0, 4\}$

14- *Domain* $= \{-1, 0, 1\}$, *Range* $= \{2, 5, 8\}$

جائزہ مشق 9

-1 صحیح جواب کے گرد دائرہ لگائیے۔

(i) c *(ii)* b *(iii)* a *(iv)* b *(v)* a *(vi)* b *(vii)* a *(viii)* a *(ix)* c

-2 خالی جگہ پُر کیجیے۔

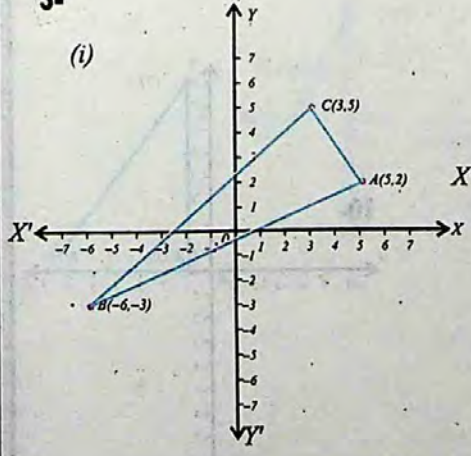
(i) کارتیسی مستوی *(ii)* پہلا مترتب عدد *(iii)* دوسرا مترتب عدد *(iv)* مترتب جوڑا

(v) x۔محور *(vi)* y محور *(vii)* a *(viii)* (0,0)

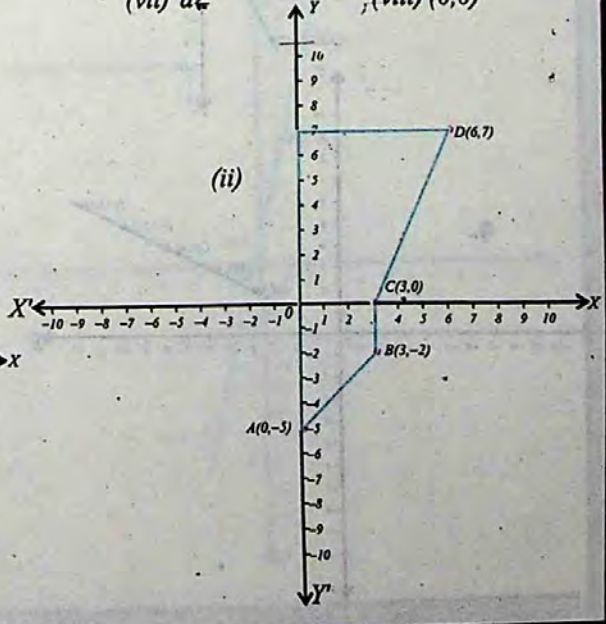
(vi) $y = c$ *(x)* (3,0)

3-

(i)

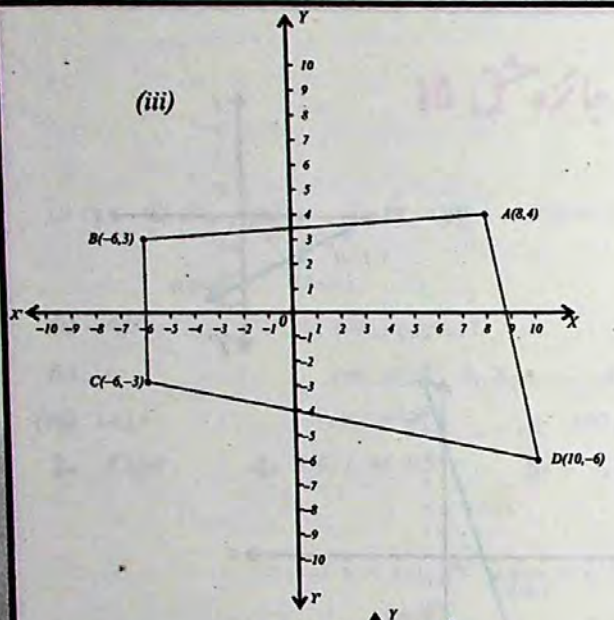


(ii)



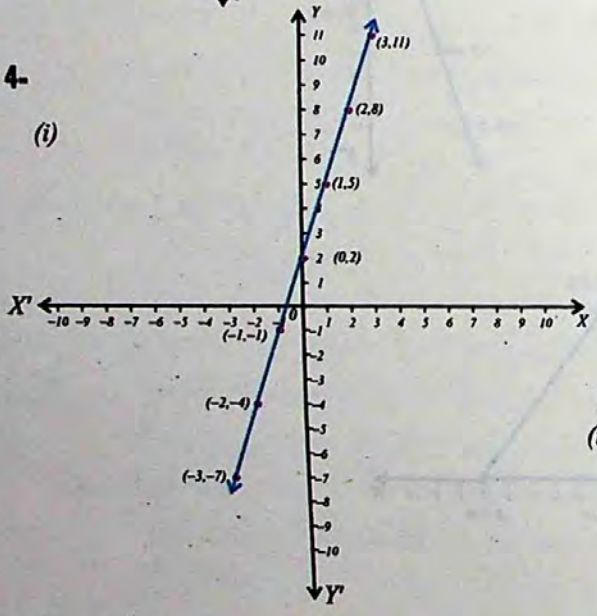
جوابات

(iii)

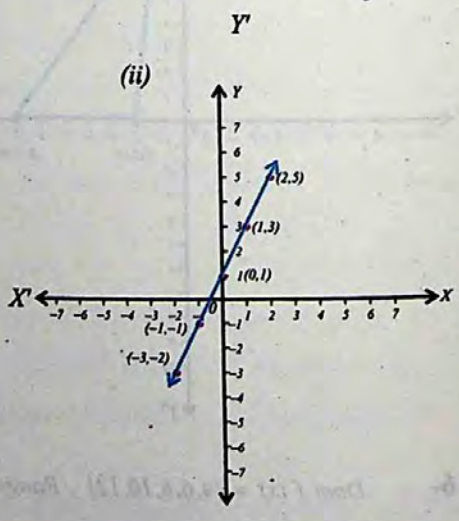


4-

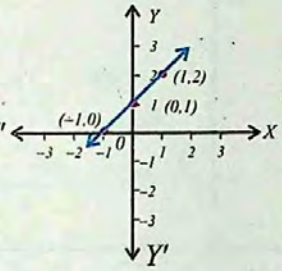
(i)



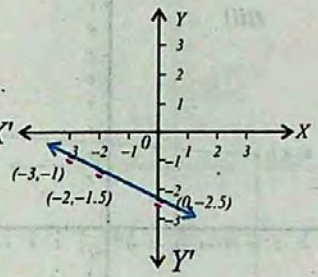
(ii)



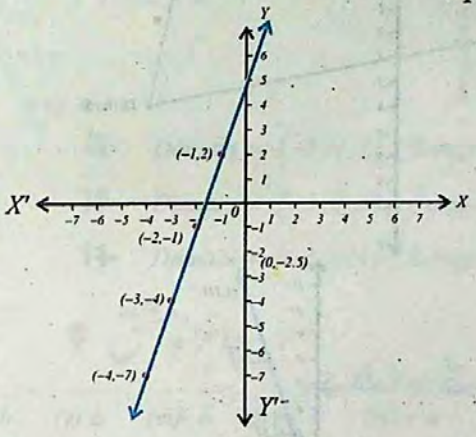
(iii)



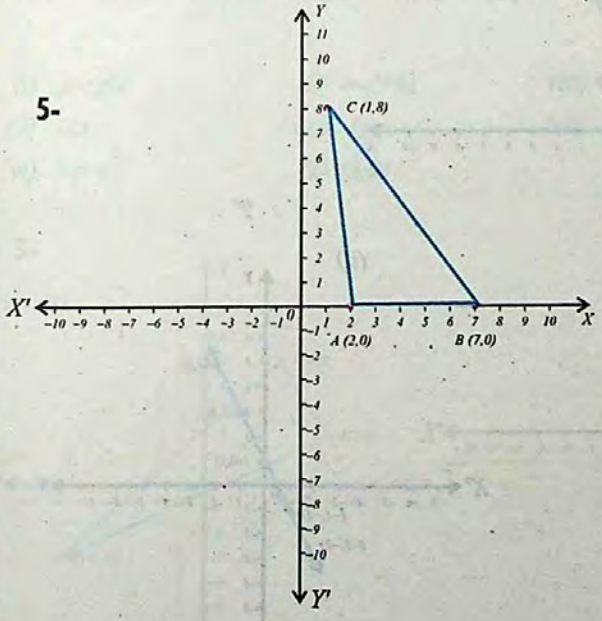
(iv)



(v)



5-



6- *Dom f (x) = {4,6,8,10,12}* , *Range f (x) = {2,3,4,5,6}*

جائزہ مشق 10

1- صحیح جواب کے گرد دائرہ لگائیے۔

(i) c (ii) d (iii) a (iv) b (v) a (vi) a (vii) a (viii) b (ix) a

2- خالی جگہ پُر کیجئے۔

(i) کالمی نقشہ (ii) مرکزی رجحان کی پیمائش (iii) اوسط (iv) وسطانیہ

(v) ابادہ (vi) $x_1, x_2, \ldots\ldots, x_n$ کی اوسط قیمت

(vii) ضربی اوسط (viii) ہارمونک اوسط (ix) اوزانی اوسط (x) جمعی اوسط

3- 3.286 **4-** 9.811; 96.255 **5-** 7; 8; 8 **6-** 6.875 **7-** 4,7

فرہنگ

باب نمبر 1: فی صد۔نسبت اور تناسب

فیصد: فیصد سے مراد ''پر سو میں سے''

نسبت: کسی ایک مقدار کی دو عددی قیمتوں میں موازنہ

پہلا نسبتی عدد: نسبت $a:b$ میں a کو پہلا نسبتی عدد کہتے ہیں۔

دوسرا نسبتی عدد: نسبت $a:b$ میں b کو دوسرا نسبتی عدد کہتے ہیں۔

تناسب: دو نسبتوں کی برابری کو تناسب کہتے ہیں۔

طرفین اور وسطین: تناسب $a:b::c:d$ میں a اور d کو طرفین اور b اور c کو وسطین کہتے ہیں۔

تناسب راست: دو مقداروں کے درمیان ایسا تعلق کہ اگر ایک مقدار کی قیمت میں اضافہ یا کمی کرنے سے دوسری مقدار کی قیمت میں اُسی نسبت سے اضافہ یا کمی ہو، تناسب راست کہلاتا ہے۔

تناسب معکوس: دو مقداروں کے درمیان ایسا تعلق کہ اگر ایک مقدار کی عددی قیمت میں اضافہ یا کمی کے نتیجہ میں دوسری مقدار کی عددی قیمت میں اِس کے برعکس اُسی نسبت میں کمی یا اضافہ ہو۔

تناسب مرکب: دو یا دو سے زیادہ تناسبوں کے درمیان تعلق کو تناسب مرکب کہتے ہیں۔

باب نمبر 2: زکوٰۃ، عشر اور وراثت

زکوٰۃ: صاحب نصاب مسلمان شریعت کے مطابق سال میں ایک بار اپنی دولت میں سے مقررہ شرح کے مطابق رقم الگ کر کے براہِ راست غرباء اور ضرورت مندوں میں تقسیم کرتے ہیں یا اسلامی مملکت کے ذریعے ادا کرتے ہیں۔ اِس ادائیگی کو زکوٰۃ کہتے ہیں۔

صاحب نصاب مسلمان: جس مسلمان مرد یا عورت کے پاس 7.5 تولے سونا یا 52.5 تولے چاندی یا اِن میں سے کسی ایک کی قیمت کے برابر کرنسی پورا سال رہے۔ وہ صاحب نصاب کہلاتا ہے۔ اور زکوٰۃ ادا کرنا اُس پر فرض ہے۔

ظاہری دولت: اس میں زرعی ساز و سامان، اونٹ، بھیڑ بکریاں، معدنیات اور کاروباری آلات شامل ہیں۔

غیر ظاہری دولت: اِس میں سونا، چاندی، نقدی اور قابل انتقال اثاثہ جات شامل ہیں۔

شرح زکوٰۃ: اشیاء اور نقدی کی کل مالیت کا 2.5 فیصد زکوٰۃ ادا کی جاتی ہے۔

عشر: زرعی زمین کی پیداوار کا وہ حصہ جو غرباء اور ضرورت مندوں میں تقسیم کیا جاتا ہے عشر کہلاتا ہے۔ قدرتی ذرائع آبپاشی سے حاصل ہونے والی پیداوار کا 10% اور مصنوعی ذرائع سے پیداوار کا 5% عشر ادا کیا جاتا ہے۔

وراثت: کسی فوت ہونے والے شخص کا پیچھے چھوڑا ہوا ترکہ جو کہ شریعت کے مطابق اُس کے ورثاء میں تقسیم کیا جاتا ہے۔ وراثت کہلاتا ہے۔

باب نمبر 3: کاروباری حساب

قیمت خرید: جس قیمت پر کوئی چیز خریدی جاتی ہے اُسے قیمت خرید کہتے ہیں۔ اِسے ''CP'' سے ظاہر کرتے ہیں۔

قیمت فروخت: جس قیمت پر کوئی چیز فروخت کی جاتی ہے قیمت فروخت کہلاتی ہیں۔ اِسے ''SP'' سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

منافع: اگر کسی چیز کی قیمت فروخت اُس کی قیمت خرید سے زیادہ ہو تو اِن دونوں کے فرق کو منافع کہتے ہیں۔ اِسے ''P'' سے ظاہر کرتے ہیں۔

نقصان: اگر کسی چیز کی قیمت فروخت اُس کی قیمت خرید سے کم ہو تو اُن دونوں کے فرق کو نقصان کہتے ہیں۔ اِسے ''L'' سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

چھوٹ یا رعایت: بعض اوقات دوکاندار قیمت فروخت پر خاص شرح فیصد کے حساب سے کمی کا اعلان کرتے ہیں۔ اسے چھوٹ یا رعایت کہتے ہیں۔

مرقوم قیمت: وہ قیمت جو کہ دوکاندار اشیاء کے اوپر لکھتا ہے۔ اسے لکھی ہوئی قیمت یا مرقوم قیمت کہتے ہیں۔

باب نمبر4: مالیاتی حساب/مالیاتی ریاضیات

کرنٹ اکاؤنٹ: ایک چلتا ہوکھاتہ جو کہ اپنی انتقال پزیری کی وجہ سے مسلسل رواں رہتا ہے۔

سیونگ کاؤنٹ: اِس کا مقصد کم ذرائع آمدن کے افراد میں فضول خرچی کو روکنا اور بچتوں کی حوصلہ افزائی کرنا ہوتا ہے۔ ہر چھ ماہ بعد بینک کھاتہ داروں کو جمع شدہ رقم کے ماہانہ حسابات کے مطابق معمولی منافع ادا کرتا ہے۔

نفع ونقصان شراکتی اکاؤنٹ (PLS): یہ اکاؤنٹ چھوٹی رقوم کے ساتھ کھولا جاتا ہے۔ ادائیگی کے طریقہ کار کے مطابق ششماہی یا سالانہ مدت کے حساب سے بنک کے کمائے گئے نفع یا نقصان میں شراکت کا اکاؤنٹ ہے۔

غیر ملکی کرنسی اکاؤنٹ: بنک میں ایسا اکاؤنٹ جس میں غیر ملکی کرنسی رکھی جاتی ہے۔ مثلاً ڈالر، پونڈ اور یورو وغیرہ۔

باہمی اعتماد کے ذرائع: اس سے مراد کوئی عہد نامہ، متبادلہ کا بل یا کوئی مشروط چیک ہوسکتا ہے جس پر ادائیگی الگ سے حکم کے بعد ہوگی یا کہ چیک رکھنے والے شخص کو ادائیگی کردی جائے گی۔

بیمہ دار: وہ شخص یا وہ چیز جس کا بیمہ ہو چکا ہو اُسے بیمہ دار کہتے ہیں۔

بیمہ ساز: وہ کمپنی یا ادارہ جو افراد یا اشیاء کا بیمہ کرتا ہے۔ بیمہ کمپنی یا بیمہ ساز ادارہ کہلاتا ہے۔

بیمہ پالیسی: وہ معاہدہ جو کہ بیمہ دار اور بیمہ کمپنی کے درمیان طے پاتا ہے۔ اُسے بیمہ پالیسی کہتے ہیں۔

پریمیم: مقررہ مدت کے بعد بیمہ دار جو رقم بیمہ کمپنی کو قسط کے طور پر جمع کرواتا ہے اُسے پریمیم کہتے ہیں۔

تکمیل بیمہ: بیمہ پالیسی میں طے شدہ مدت مکمل ہونے کو تکمیل بیمہ کہتے ہیں۔

بونس: وہ رقم جو کہ بیمہ کمپنی، تکمیل بیمہ پر بیمہ دار کو ادا کرتی ہے۔ بونس کہلاتی ہے۔ اِس میں بیمہ دار کا اصل زر

چیک: ایک مخصوص بینکر کی طرف سے تبدیلی کے لیے ایسا بل جس پر درج رقم کے علاوہ مطالبہ نہیں کیا جاسکتا۔ اور منافع دونوں شامل ہوتے ہیں۔

پے آرڈر: چیک کی طرح کا ایک بل ہوتا ہے جو کہ بنک اپنے گاہک کی درخواست پر جاری کرتا ہے۔

بینک ڈرافٹ: رقم کی ادائیگی کا ایک حکم نامہ جو کہ کسی بنک کی ایک شاخ کی طرف سے دوسری شاخ کی طرف ہوتا ہے جو کہ مطالبہ پر دوسری شاخ ادا کرتی ہے۔

آن لائن بینکنگ: یہ کمپیوٹر کا ایسا مرکزی نظام ہے۔ جس کے ذریعہ وصولی اور ادائیگی کو مرکز سے براہ راست کنٹرول کیا جاتا ہے۔

A.T.M کارڈ: یہ کسی فرد کو جاری کیا جانے والا ایسا کارڈ ہے۔ جو کہ ایک کمپیوٹرائیزڈ خودکار مشین کو متحرک کرتا ہے۔ جو کہ گاہک سے خود بخود لین دین کرتی ہے۔

کریڈٹ کارڈ: اس کارڈ کے ذریعے کارڈ رکھنے والے شخص کو مخصوص رقم کی حد تک قرض کی اجازت دی جاتی ہے۔ جس کے ذریعے وہ شخص خریداری کرسکتا ہے یا رقم وصول کرسکتا ہے۔

A.T.M: (Autometed Teler Machine) بینک میں نصب ایسی خودکار مشین جو کہ کھاتہ داروں کو رقم ادا کرتی ہے۔

منافع: وہ رقم جو کہ ایک بینک اپنے گاہکوں کی رقم پر اضافی طور پر ادا کرتا ہے۔

اصل زر: منافع کے بغیر وہ اصل رقم جو کہ بینک کو دی جاتی ہے۔ یا بینک سے لی جاتی ہے۔ اصل زر کہلاتی ہے۔

شرح منافع: اصل زر پر سالانہ فیصد شرح منافع کو شرح منافع کہتے ہیں۔

مدت: اس سے مراد قرض لینے یا دینے کی مقررہ مدت ہے۔

کل رقم: اصل زر میں منافع جمع کرنے پر کل رقم حاصل ہوتی ہے۔

اضافی رقم: کسی اصل زر پر جو منافع کمایا جاتا ہے اُسے اضافی رقم کہتے ہیں۔

لیزنگ: یہ ایک کرایہ داری کا معاہدہ ہوتا ہے۔ جس کے ذریعے ایک مالک اپنے اثاثہ جات کو مخصوص مدت کے لیے کرایہ کی ادائیگی کے بدلے استعمال کرنے کا حق دیتا ہے۔

نقد ادائیگی: جب کسی گاہک سے مطالبہ کیا جاتا ہے کہ وہ درخواست فارم کے ساتھ ہی بینک میں رقم جمع کروادے تو ایسی ادائیگی کو نقد ادائیگی کہتے ہیں۔

باب نمبر5: صارف کا حساب

ٹیکس: کسی شخص کی آمدنی، کاروباری منافع جات یا اشیاء کی قیمت خرید میں اضافی رقم یا خدمات پر، جو رقم کسی ملک کے افراد مملکت کو ادا کرتے ہیں اُسے ٹیکس کہتے ہیں۔

براہ راست ٹیکس: یہ وہ ٹیکس ہیں جو کہ کسی شخص کی آمدنی، منافع جات یا پراپرٹی پر انکم ٹیکس یا پراپرٹی ٹیکس کی صورت میں ادا کیے جاتے ہیں۔

بالواسطہ ٹیکس: ایکسائز ڈیوٹی، ذرائع آمدورفت، جنرل سیلز ٹیکس (G.T.S) اور ویلیو ایڈڈ ٹیکس بالواسطہ ٹیکس کہلاتے ہیں۔

سیلز ٹیکس: جب ہم کوئی چیز خریدتے ہیں تو ہمیں اُس کی اصل قیمت کے ساتھ ساتھ کچھ اضافی رقم ٹیکس کے طور پر ادا کرنا پڑتی ہے۔ یہ ٹیکس چیز کی قیمت فروخت پر خاص شرح فیصد کے حساب سے ادا کیا جاتا ہے۔ پاکستان میں اشیاء اور خدمات پر 17% سیلز ٹیکس وصول کیا جاتا ہے۔

محصول ڈیوٹی: یہ ٹیکس اشیاء کی تیاری کے بعد خریدار کو خریداری کے وقت ادا کرنا ہوتا ہے۔

پراپرٹی ٹیکس: زمین، گھر یا عمارت کے مالک سے سالانہ آمدنی کا 16% ٹیکس وصول کیا جاتا ہے۔ اسے پراپرٹی ٹیکس کہتے ہیں۔

انکم ٹیکس: ہر سال یکم جولائی سے اگلے سال 30 جون کے دوران کسی شخص کی قابل ٹیکس آمدنی پر ٹیکس کو انکم ٹیکس کہتے ہیں۔

باب نمبر6: قوت نما اور لوگرتھم

ناطق اعداد: $\frac{p}{q}$ شکل کے اعداد (جبکہ $q \neq 0, p, q \in I$) کو ناطق اعداد کہتے ہیں۔

غیر ناطق اعداد: $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \pi, \ldots$ اور π جیسے اعداد کو غیر ناطق اعداد کہتے ہیں۔

جذر: اگر $\sqrt[n]{a}$ ایک غیر ناطق عدد ہو جہاں a ایک ناطق عدد ہو اور n ایک مثبت صحیح عدد ہو تو $a, \sqrt[n]{a}$ کا n واں جذر کہلاتا ہے۔

مجذور: جذر $\sqrt[n]{a}$ کے لیے a کو مجذور کہتے ہیں۔

اساس اور قوت نما: کسی بھی حقیقی عدد a اور قدرتی عدد n کے لیے ہم لکھتے ہیں۔ $a^n = a \times a \times a \times \ldots\ldots \times a$
یہاں a اساس کہلاتا ہے اور n قوت نما کہلاتا ہے۔

خالص جذر: ایسا غیر ناطق عدد جس کا ناطق جزو ضربی ایک ہو مثلاً $\sqrt{5}, \sqrt[n]{10}$ وغیرہ۔

ناخالص جذر: ایسا جذر یا غیر ناطق عدد جس کا ناطق جزو ضربی ایک کے علاوہ کوئی عدد ہو مثلاً $\sqrt{5}, \sqrt[n]{10}$ وغیرہ۔

عام لوگرتھم: اساس 10 والے لوگرتھم کو عام لوگرتھم کہتے ہیں۔

خاصہ اور مینٹسا: کسی عدد کا لوگرتھم دو حصوں پر مشتمل ہوتا ہے۔ صحیح عددی حصہ خاصہ کہلاتا ہے۔ جبکہ کسری حصہ مینٹسا کہلاتا ہے۔

باب نمبر7: اعداد کے جمعی اور ضربی سلسلے

اعداد کا سلسلہ: اعداد کا سلسلہ ایک ایسا تفاعل ہوتا ہے جس کی ڈومین قدرتی اعداد ہوتے ہیں۔

اعداد کا جمعی سلسلہ: اعداد کا ایسا سلسلہ جس کا ہر رکن معلوم کرنے کے لیے پچھلے رکن میں ایک یکساں اور مخصوص عدد جمع کیا جاتا ہے۔ اِس عدد کو مشترک فرق کہتے ہیں۔

جمعی اوسط: ایک عدد 'A' دو اعداد a اور b کا جمعی اوسط کہلاتا ہے اگر a, A, b تینوں مل کر جمعی سلسلہ بنائیں۔

اعداد کا ضربی سلسلہ: اعداد کا ایسا سلسلہ جس میں ہر رکن معلوم کرنے کے لیے پچھلے رکن سے کسی مخصوص عدد سے ضرب دینا ہوتی ہے۔ اِس عدد کو مشترک نسبت کہتے ہیں۔

ضربی وسط: دو اعداد a اور b کا ضربی وسط G ہوگا اگر a, G, b ایک ضربی سلسلہ میں ہوں۔

باب نمبر8: سیٹ اور تفاعل

سیٹ: واضح متعارف اشیاء کے اجتماع یا اکٹھ کے سیٹ کو کہتے ہیں۔

$$N = \{1, 2, 3, ...\}$$

$$M = \{0, 1, 2, 3, ...\}$$

$$I = \{..... -1, 0, 1, 2, 3, ...\}$$

$$Q = \{p/q \, , q \neq 0, \, p, q \in I\}$$

غیر ناطق اعداد کا سیٹ $Q' = A$

حقیقی اعداد کا سیٹ $R = QUQ'$

کائناتی سیٹ: کسی سوال میں زیرِ غور تمام سیٹوں کے فوقی سیٹ کو اُس سوال میں کائناتی سیٹ کہتے ہیں۔ اسے U سے ظاہر کرتے ہیں۔ اس طرح سوال میں زیرِ غور تمام سیٹ، U کے تحتی سیٹ ہوں گے۔

کمپلیمنٹری سیٹ: فرض کریں کہ سیٹ A کسی کائناتی سیٹ U کا تحتی سیٹ ہے۔ تو A کا کمپلیمنٹری سیٹ یا سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ یہ سیٹ U کے تمام ایسے ارکان کا سیٹ ہوتا ہے جن کا تعلق سیٹ A سے نہیں ہوتا۔

ثنائی ربط: فرض کریں کہ A اور B دو غیر خالی سیٹ ہیں تو $A \times B$ کا ہر تحتی سیٹ A سے B میں ثنائی ربط کہلاتا ہے۔

تفاعل: دو سیٹوں A اور B کے درمیان f ایک ایسا ثنائی ربط ہے۔ کہ

(i) $Dom\, f = A$

(ii) f میں موجود مترتب جوڑوں میں پہلے رکن کا تکرار نہ ہو رہا ہو۔ تو f, A سے B میں تفاعل کہلاتا ہے۔

باب نمبر9: خطی گراف

مستوی: کلاس روم کی دیواریں، بلیک یا وائٹ بورڈ، ڈیسک کی بالائی سطح اور میز کی بلائی سطح سب مستوی کی مثالیں ہیں۔

کارتیسی مستوی: دو عدد خطوط اور جو کہ ایک دوسرے پر عموداً واقع ہوتے ہیں اور نقطہ O پر قطع کرتے ہیں۔ اِن خطوط سے بننے والی مستوی کو کارتیسی مستوی کہتے ہیں۔

Y۔محور: گراف پیپر پر کسی نقطہ کا x۔محور سے عمودی فاصلہ اُس نقطہ کا y۔محدد کہلاتا ہے۔

باب نمبر10: بنیادی شماریات

ہسٹوگرام: اگر دیے ہوئے مواد کا عمودی سلاخی نقشہ اس طرح بنایا جائے کہ ہر عمودی سلاخ کا رقبہ اُس گروپ کے تعدد کے راست متناسب ہو۔ ایسے سلاخی نقشہ کو ہسٹوگرام کہتے ہیں۔

مجموعی تعدد: کسی جماعت یا گروہ کا مجموعی تعدد، اُس جماعت کے تعدد اور اُس سے پہلے تمام جماعتوں کے تعدد کا مجموعہ ہوتا ہے۔

مجموعی تعدد کی کثیر الاضلاع: (Ogive) جب مجموعی تعدادات کو متعلقہ جماعتی وقفہ کے انتہائی نقطہ کے بالمقابل رکھ کر گراف پیپر پر نقاط لگائے جائیں پھر ان نقاط کو آپس میں ملایا جائے۔ اِس طرح حاصل ہونے والا گراف مجموعی تعدد کی کثیر الاضلاع (Ogive) کہلاتا ہے۔

مرکزی رجحان کی پیمائش: یہ شماریاتی مواد کی مختصر ترین شکل ہوتی ہے۔ جو کہ سارے مواد کا درمیان یا مرکز ہوتا ہے۔

اوسط: دیے ہوئے مواد کا اوسط حل کرنے کے لیے اِس کی تمام مدات کو جمع کیا جاتا ہے۔ اور مجموعہ کو مدات کی تعداد سے تقسیم کیا جاتا ہے۔

وسطانیہ: دیے ہوئے مواد کو قیمتوں کے لحاظ سے ترتیب سے لکھ کر درمیانی قیمت کو الگ کیا جاتا ہے۔ اسے وسطانیہ کہتے ہیں۔

اعادہ: مواد میں جو مد سب سے زیادہ مرتبہ سامنے آتی ہے اُسے اعادہ کہتے ہیں۔

حسابی اوسط اگر دیا ہوا مواد $x_1, x_2, \ldots\ldots, x_n$ تو اِس مواد کو حسابی اوسط سے ظاہر کرتے ہیں اور اس طرح حل کرتے ہیں $\bar{x} = \frac{x_1, x_2, \ldots\ldots, x_n}{n}$

حسابی اوسط کی خصوصیات: (i) کسی مواد کی قیمتوں کے حسابی اوسط اور انحراف کا مجموعہ صفر ہوتا ہے۔ علامتی طور پر $\sum(x_i - \bar{x}) = 0$

(ii) $x = \frac{\sum n\bar{x}}{\sum n}$

(iii) $\sum(x_i - a)^2$ کی قیمت سب سے کم اُس صورت میں ہوگی اگر $a = \bar{x}$

علامات

علامات	اظہار	مطالب	اظہار
$<$	چھوٹا ہے	$\because$	کیونکہ / جیسا کہ
$>$	بڑا ہے	$\therefore$	چنانچہ / اس لیے متوازی ہے
$\leq$	چھوٹا ہے یا برابر ہے	:	نسبت
$\geq$	بڑا ہے یا برابر ہے	::	تناسب
$=$	برابر ہے	$\propto$	متناسب ہے
$\neq$	برابر نہیں ہے	$\mid$	ٹیلی کا نشان
$\not<$	چھوٹا نہیں ہے	Σ	مجموعہ
$\not>$	بڑا نہیں ہے	$\overline{AB}$	قطعہ خط AB
$\in$	رکن ہے	$\overrightarrow{AB}$	شعاع AB
$\forall$	سب کے لیے	$\overleftrightarrow{AB}$	خط AB
$\sqrt{}$	جزر المربع	$\angle$	زاویہ
$\lvert x \rvert$	x کی مطلق قیمت	$\triangle$	مثلث
$\Rightarrow$	اس سے مراد ہے کہ	$\sim$	تشابہ ہے
$\Leftrightarrow$	اگر اور صرف اگر خط AB	$\cong$	متماثل ہے
$\wedge$	اور	$\approx$	تقریباً برابر ہے
$\cup$	یونین	$\parallel$	متوازی ہے
$\vee$	یا	$\overset{\frown}{AB}$	قوس AB
$\cap$	تقاطع	$\leftrightarrow$	مطابقت
$\notin$	رکن نہیں ہے	U	یونیورسل سیٹ

انڈکس

آ

آن لائن بینکنگ 70
آپریشنل کرایہ داری 100
آن ٹو تفاعل 214

ا

اے۔ٹی۔ایم (ATM) 71
اساسی قوت نما اور قیمت 141
اینٹی لوگارتھم کا تصور 156
ایکسائز ڈیوٹی 117
انکم ٹیکس 118
ان ٹو اور (1-1) تفاعل 214
ان ٹو تفاعل 212
اساس 'a' کے ساتھ لوگارتھم 153
اوزانی اور محرک اوسط 276

ب

بینک ڈرافٹ 69
براہ راست ٹیکس 116
بالواسطہ ٹیکس 116
بیمہ 87
بیمہ زندگی 88
بچت اکاؤنٹ (PLS) 67
بجلی 121

پ

پہلا نسبتی عدد اور دوسرا نسبتی عدد 10
پاکستانی کرنسی اور دوسرے کرنسی 244
پے آڈر 69
پراپرٹی ٹیکس 118

ت

تبادلہ کا بل 69
تناسب مرکب 22
تعددی کثیر الاضلاع 256
تعددی جدول 250
تفاعل 211
تخفیف کے بعد آمدنی 128
تناسب معکوس 18
تبادلہ کے بل کی پارٹیاں 69
تناسب 17
تناسب (راست و معکوس) 18
تبادلہ کے گراف کا مطالعہ 241
تغیر 285

ٹ

ٹیکس 116
ٹیکسز 116
ٹیلیفون بل 123

ث

ثنائی ربط 210

ج

جمعی اور عددی سلسلہ 179
جدول سے گراف بنانا 235
جذری اور قوت نمائی اشکال 135
جذری اور قوت نمائی اشکال 135
جذر اور مجذور 134
جفت اعداد کا سیٹ 197

چ

چیک 69
چھوٹ یا رعایت 54
چیک کی پارٹیاں 69

ح

حسابی اوسط 183
حقیقی اعداد کے مترتب جوڑے 222
حسابی اوسط کی خصوصیات 276
حاصل ضرب کی قوت کا قانون 146

خ

خاصہ اور مینٹیسا 154
خطی گراف کا کنورشن گراف 237

ڈ

ڈی مارگن کے قوانین 207
ڈیبٹ کارڈ / AT.M کارڈ 70

ذ

ذاتی آمدنی 125

ر

ربعی قاطع کا ترسیمی مقام 127

ز

زکوۃ عربی زبان میں دو مفہوم رکھتی ہے 30
زکوۃ کی شرح 31

س

سیٹ کا کمپلیمنٹ 200
سنٹی گریڈ اور فارن ہائیٹ درجہ حرارت 243
سیٹوں کا تقاطع 199
سیٹوں پر عوامل 197
سیٹوں کے تقاطع کی خصوصیات 203
سیٹوں کے یونین کی خصوصیات 202
سیلز ٹیکس 116
سیونگ اکاؤنٹ 66
سائنسی ترقیم 149
سیٹ 196
سیٹوں کا یونین اور تقاطع 204
سیٹوں کا یونین 197

ش

شراکت داروں کے درمیان منافع کی تقسیم 59

ص

صحیح اعداد کا سیٹ 197

ض

ضربی اوسط 273
ضربی سلسلہ اعداد 186

ط

طرفین اور وسطین 17
طاق اعداد کا سیٹ 197

ع

عام لوگارتھم 154
عادہ 271
عملدرآمدی اخراجات 101
عددی سلسلہ 176
عشر 32

غ

غیر محدود سلسلہ اعداد 177
غیر ملکی کرنسی اکاؤنٹ 68

ف

فی صد اور کسر کی باہم تبدیلی 2
فی صد اور کسر اعشاریہ کی باہمی تبدیلی 4
فی صد 2
فی صد بحیثیت کسر 2

ق

قانون تلازم 203
قانون مبادلہ 202
قیمت خرید 42
قوت در قوت کا قانون 146
قوت نما کے قوانین اور ان کا استعمال 141
قوت نما کے قوانین 141
قوت نما کی تفریق کا قانون 142
قانونی ورثا میں وراثت کے حصوں کی نسبت 33
قدرتی اعداد کا سیٹ 196

ک

کاروباری شراکت 59
کارتیسی مستوی اور خطی ترسیم 222
کمرشل بینکنگ 66
کسر کی فیصد میں تبدیلی 3
کریڈٹ کارڈ (ویزہ اور ماسٹر کارڈ) 70
کرنٹ اکاؤنٹ 66
کرنسیوں کا تبادلہ 71
کسی مزدور کی ذاتی آمدنی 2
کارتیسی مستوی 223
کائناتی سیٹ 199
کنورشن گراف 237

گ

گراف بنانے کے لیے مناسب سکیل کا انتخاب 228
گراف کے ذریعے ڈومین اور رینج 235
گیس بل 122
گراف $y = c$ 230
گراف $y = mx$ 232
گراف $x = a$ 230
گراف $y = mx + c$ 233
گاڑیوں کی مالیاتی کرایہ داری 101
گاڑیوں کا بیمہ 101
گراف کا مطالعہ کرنا اور ایک مقدار کی قیمت سے منسلک دوسری مقدار کی قیمت 238
گاڑی جائیداد کا بیمہ 92

ل

لوگارتھم کا استعمال 163
لوگارتھم معلوم کرنا 155
لوگارتھم کے قوانین 162
لوگارتھم 153
لکھی ہوئی قیمت (اشیاء پر) 54
لین دین کے ذرائع 88

م

مجموعی تعدد 259
مجموعی تعدد کی کثیر الاضلاع 261
مالیاتی کرایہ داری 100
محدود سلسلہ اعداد 177
مقررہ مدتی اکاؤنٹ 67
مینشا معلوم کرنا 155
مبدا O اور محددات کی پہچان اور کارتیسی مستوری میں محور 224
مترتب جوڑے کو گراف پر لگانا 224
x۔محدد اور y۔محدد کو پہچاننا 224
مرکزی رجحان کی پیمائش 264
متحرک اوسط 277
مترتب جوڑے 222
مترتب جوڑوں کا گراف بنانا 227
منافع (S.P > C.P) 42
ماہانہ قسطوں میں واپس ادائیگی 101
منفرد اعداد کا سیٹ 197
معیاری انحراف 285
مکمل اعداد کا سیٹ 196

ن

نقد ادائیگی 101
نقاط کے ملانے سے ہندسی شکل 225
نقصان 48
نصاب 30
نفع اور نقصان 42
نفع (Interest) 76
نسبت 9
نسبت کی کوئی اکائی نہیں ہوتی 10
نسبت میں جب عدد کم یا زیادہ کیا جاتا ہے 11
ناطق اعداد کا سیٹ 197

و

وین اشکال کے ذریعے یونین اور تقاطع کے قوانین تلازم 206
وین اشکال کے ذریعے یونین اور تقاطع کے قوانین مبادلہ 205
وسطانیہ، ربعی قاطع اور عادہ کا گرافی تخمینہ 280
وراثت 33
وسطانیہ 269
ون۔ون اور آن ٹو تفاعل 216
وین اشکال 204

ہ

ہارمونک اوسط 274
ہارمونک اوسط (گروہی مواد کے لیے) 275
ہسٹوگرام مساوی جماعتی وقفوں کے لیے 254

ی/ے

یک درجی مساوات پر پورا اترنے والے مرتب جوڑوں کا جدول 226
یوٹیلٹی بلز 121

LOGARITHMS

لوگارتھم

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374	4	9	13	17	21	26	30	34	38
											4	8	12	16	20	24	28	32	36
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755	4	8	12	15	19	23	27	31	35
											4	7	11	15	19	22	26	30	33
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106	3	7	11	14	18	21	25	28	32
											3	7	10	14	17	20	24	27	31
13	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430	3	7	10	13	16	20	23	26	30
											3	7	10	13	16	19	22	25	29
14	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732	3	6	9	12	15	19	22	25	28
											3	6	9	12	15	17	20	23	26
15	1761	1790	1818	1847	1875	1903	1931	1959	1987	2014	3	6	9	11	14	16	20	23	26
											3	6	8	11	14	17	19	22	25
16	2041	2068	2095	2122	2148	2175	2201	2227	2253	2279	3	5	8	11	14	17	19	22	24
											3	5	8	10	13	16	18	21	23
17	2304	2330	2355	2380	2405	2430	2455	2480	2504	2529	3	5	8	10	13	15	18	20	23
											2	5	7	10	12	15	17	20	22
18	2553	2577	2601	2625	2648	2672	2695	2718	2742	2765	2	5	7	9	12	14	16	19	21
											2	5	7	9	11	14	16	18	21
19	2788	2810	2833	2856	2878	2900	2923	2945	2967	2989	2	4	7	9	11	13	16	18	20
											2	4	6	8	11	13	15	17	19
20	3010	3032	3054	3075	3096	3118	3139	3160	3181	3201	2	4	6	8	11	13	15	17	19
21	3222	3243	3263	3284	3304	3324	3345	3365	3385	3404	2	4	6	8	10	12	14	16	18
22	3424	3444	3464	3483	3502	3522	3541	3560	3579	3598	2	4	6	8	10	12	14	15	17
23	3617	3636	3655	3674	3692	3711	3729	3747	3766	3785	2	4	6	7	9	11	13	15	17
24	3802	3820	3838	3856	3874	3892	3909	3927	3945	3962	2	4	5	7	9	11	12	14	16
25	3979	3997	4014	4031	4048	4065	4082	4099	4116	4133	2	3	5	7	9	10	12	14	15
26	4150	4166	4183	4200	4216	4232	4249	4265	4281	4298	2	3	5	7	8	10	11	13	15
27	4314	4330	4346	4362	4378	4393	4409	4425	4440	4456	2	3	5	6	8	9	11	13	14
28	4472	4487	4502	4518	4533	4548	4564	4579	4594	4609	2	3	5	6	8	9	11	12	14
29	4624	4639	4654	4669	4683	4698	4713	4728	4742	4757	1	3	4	6	7	9	10	12	13
30	4771	4786	4800	4814	4829	4843	4857	4871	4886	4900	1	3	4	6	7	9	10	11	13
31	4914	4928	4942	4955	4969	4983	4997	5011	5024	5038	1	3	4	6	7	8	10	11	12
32	5051	5065	5079	5092	5105	5119	5132	5145	5159	5172	1	3	4	5	7	8	9	11	12
33	5185	5198	5211	5224	5237	5250	5263	5276	5289	5302	1	3	4	5	6	8	9	10	12
34	5315	5328	5340	5353	5366	5378	5391	5403	5416	5428	1	3	4	5	6	8	9	10	11
35	5441	5453	5465	5478	5490	5502	5514	5527	5539	5551	1	2	4	5	6	7	9	10	11
36	5563	5575	5587	5599	5611	5623	5635	5647	5658	5670	1	2	4	5	6	7	8	10	11
37	5682	5694	5705	5717	5729	5740	5752	5763	5775	5786	1	2	3	5	6	7	8	9	10
38	5798	5809	5821	5832	5843	5855	5866	5877	5888	5899	1	2	3	5	6	7	8	9	10
39	5911	5922	5933	5944	5955	5966	5977	5988	5999	6010	1	2	3	4	5	7	8	9	10
40	6021	6031	6042	6053	6064	6075	6085	6096	6107	6117	1	2	3	4	5	6	8	9	10
41	6128	6138	6149	6160	6170	6180	6191	6201	6212	6222	1	2	3	4	5	6	7	8	9
42	6232	6243	6253	6263	6274	6284	6294	6304	6314	6325	1	2	3	4	5	6	7	8	9
43	6335	6345	6355	6365	6375	6385	6395	6405	6415	6425	1	2	3	4	5	6	7	8	9
44	6435	6444	6454	6464	6474	6484	6493	6503	6513	6522	1	2	3	4	5	6	7	8	9
45	6532	6542	6551	6561	6571	6580	6590	6599	6609	6618	1	2	3	4	5	6	7	8	9
46	6628	6637	6646	6656	6665	6675	6684	6693	6702	6712	1	2	3	4	5	6	7	7	8
47	6721	6730	6739	6749	6758	6767	6776	6785	6794	6803	1	2	3	4	5	5	6	7	8
48	6812	6821	6830	6839	6848	6857	6866	6875	6884	6893	1	2	3	4	4	5	6	7	8
49	6902	6911	6920	6928	6937	6946	6955	6964	6972	6981	1	2	3	4	4	5	6	7	8

LOGARITHMS

لوگارتھم

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
50	6990	6998	7007	7016	7024	7033	7042	7050	7059	7067	1	2	3	3	4	5	6	7	8
51	7076	7084	7093	7101	7110	7118	7126	7135	7143	7152	1	2	3	3	4	5	6	7	8
52	7160	7168	7177	7185	7193	7202	7210	7218	7226	7235	1	2	2	3	4	5	6	7	7
53	7243	7251	7259	7267	7275	7284	7292	7300	7308	7316	1	2	2	3	4	5	6	6	7
54	7324	7332	7340	7348	7356	7364	7372	7380	7388	7396	1	2	2	3	4	5	6	6	7
55	7404	7412	7419	7427	7435	7443	7451	7459	7466	7474	1	2	2	3	4	5	5	6	7
56	7482	7490	7497	7505	7513	7520	7528	7536	7543	7551	1	2	2	3	4	5	5	6	7
57	7559	7566	7574	7582	7589	7597	7604	7612	7619	7627	1	2	2	3	4	5	5	6	7
58	7634	7642	7649	7657	7664	7672	7679	7686	7694	7701	1	1	2	3	4	4	5	6	7
59	7709	7716	7723	7731	7738	7745	7752	7760	7767	7774	1	1	2	3	4	4	5	6	7
60	7782	7789	7796	7803	7810	7818	7825	7832	7839	7846	1	1	2	3	4	4	5	6	6
61	7853	7860	7868	7875	7882	7889	7896	7903	7910	7917	1	1	2	3	4	4	5	6	6
62	7924	7931	7938	7945	7952	7959	7966	7973	7980	7987	1	1	2	3	3	4	5	6	6
63	7993	8000	8007	8014	8021	8028	8035	8041	8048	8055	1	1	2	3	3	4	5	5	6
64	8062	8069	8075	8082	8089	8096	8102	8109	8116	8122	1	1	2	3	3	4	5	5	6
65	8129	8136	8142	8149	8156	8162	8169	8176	8182	8189	1	1	2	3	3	4	5	5	6
66	8195	8202	8209	8215	8222	8228	8235	8241	8248	8254	1	1	2	3	3	4	5	5	6
67	8261	8267	8274	8280	8287	8293	8299	8306	8312	8319	1	1	2	3	3	4	5	5	6
68	8325	8331	8338	8344	8351	8357	8363	8370	8376	8382	1	1	2	3	3	4	4	5	6
69	8388	8395	8401	8407	8414	8420	8426	8432	8439	8445	1	1	2	2	3	4	4	5	6
70	8451	8457	8463	8470	8476	8482	8488	8494	8500	8506	1	1	2	2	3	4	4	5	6
71	8513	8519	8525	8531	8537	8543	8549	8555	8561	8567	1	1	2	2	3	4	4	5	5
72	8573	8579	8585	8591	8597	8603	8609	8615	8621	8627	1	1	2	2	3	4	4	5	5
73	8633	8639	8645	8651	8657	8663	8669	8675	8681	8686	1	1	2	2	3	4	4	5	5
74	8692	8698	8704	8710	8716	8722	8727	8733	8738	8745	1	1	2	2	3	4	4	5	5
75	8751	8756	8762	8768	8774	8779	8785	8791	8797	8802	1	1	2	2	3	3	4	5	5
76	8808	8814	8820	8825	8831	8837	8842	8848	8854	8859	1	1	2	2	3	3	4	5	5
77	8865	8871	8876	8882	8887	8893	8899	8904	8910	8915	1	1	2	2	3	3	4	4	5
78	8921	8927	8932	8938	8943	8949	8954	8960	8965	8971	1	1	2	2	3	3	4	4	5
79	8976	8982	8987	8993	8998	9004	9009	9015	9020	9025	1	1	2	2	3	3	4	4	5
80	9031	9036	9042	9047	9053	9058	9063	9069	9074	9079	1	1	2	2	3	3	4	4	5
81	9085	9090	9096	9101	9106	9112	9117	9122	9128	9133	1	1	2	2	3	3	4	4	5
82	9138	9143	9149	9154	9159	9165	9170	9175	9180	9186	1	1	2	2	3	3	4	4	5
83	9191	9196	9201	9206	9212	9217	9222	9227	9232	9238	1	1	2	2	3	3	4	4	5
84	9243	9248	9253	9258	9263	9269	9274	9279	9284	9289	1	1	2	2	3	3	4	4	5
85	9294	9299	9304	9309	9315	9320	9325	9330	9335	9340	1	1	2	2	3	3	4	4	5
86	9345	9350	9355	9360	9365	9370	9375	9380	9385	9390	1	1	2	2	3	3	4	4	5
87	9395	9400	9405	9410	9415	9420	9425	9430	9435	9440	0	1	1	2	2	3	3	4	4
88	9445	9450	9455	9460	9465	9469	9474	9479	9484	9489	0	1	1	2	2	3	3	4	4
89	9494	9499	9504	9509	9513	9518	9523	9528	9533	9538	0	1	1	2	2	3	3	4	4
90	9542	9547	9552	9557	9562	9566	9571	9576	9581	9586	0	1	1	2	2	3	3	4	4
91	9590	9595	9600	9605	9609	9614	9619	9624	9628	9633	0	1	1	2	2	3	3	4	4
92	9638	9643	9647	9652	9657	9661	9666	9671	9675	9680	0	1	1	2	2	3	3	4	4
93	9685	9689	9694	9699	9603	9708	9713	9717	9722	9727	0	1	1	2	2	3	3	4	4
94	9731	9736	9741	9745	9750	9754	9759	9763	9768	9773	0	1	1	2	2	3	3	4	4
95	9777	9782	9786	9791	9795	9800	9805	9809	9814	9818	0	1	1	2	2	3	3	4	4
96	9823	9827	9832	9836	9841	9845	9850	9854	9859	9863	0	1	1	2	2	3	3	4	4
97	9868	9872	9877	9881	9886	9890	9894	9899	9903	9908	0	1	1	2	2	3	3	4	4
98	9912	9917	9921	9926	9930	9934	9939	9943	9948	9952	0	1	1	2	2	3	3	4	4
99	9956	9961	9965	9969	9974	9978	9983	9987	9991	9996	0	1	1	2	2	3	3	3	4

ANTI LOGARITHMS

اینٹی لوگارتھم

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
.00	1000	1002	1005	1007	1009	1012	1014	1016	1019	1021	0	0	1	1	1	1	2	2	2
.01	1023	1026	1027	1030	1033	1035	1038	1040	1042	1045	0	0	1	1	1	1	2	2	2
.02	1047	1050	1052	1054	1057	1059	1062	1064	1067	1069	0	0	1	1	1	1	2	2	2
.03	1072	1074	1076	1079	1081	1084	1086	1089	1091	1094	0	0	1	1	1	1	2	2	2
.04	1096	1099	1102	1104	1107	1109	1112	1114	1117	1119	0	0	1	1	1	2	2	2	2
.05	1122	1125	1127	1130	1132	1135	1138	1140	1143	1146	0	1	1	1	1	2	2	2	2
.06	1148	1151	1153	1156	1159	1161	1164	1167	1169	1172	0	1	1	1	1	2	2	2	2
.07	1175	1178	1180	1183	1186	1189	1191	1194	1197	1199	0	1	1	1	1	2	2	2	2
.08	1202	1205	1208	1211	1213	1216	1219	1222	1225	1227	0	1	1	1	1	2	2	2	3
.09	1230	1235	1236	1239	1242	1245	1247	1250	1253	1256	0	1	1	1	1	2	2	2	3
.10	1259	1262	1265	1268	1271	1274	1276	1279	1282	1285	0	1	1	1	1	2	2	2	3
.11	1288	1291	1294	1297	1300	1303	1306	1309	1312	1315	0	1	1	1	2	2	2	2	3
.12	1318	1321	1324	1327	1330	1334	1337	1340	1343	1346	0	1	1	1	2	2	2	2	3
.13	1349	1352	1355	1358	1361	1365	1368	1371	1374	1377	0	1	1	1	2	2	2	3	3
.14	1380	1384	1387	1390	1393	1396	1400	1403	1406	1409	0	1	1	1	2	2	2	3	3
.15	1413	1416	1419	1422	1426	1429	1432	1435	1439	1442	0	1	1	1	2	2	2	3	3
.16	1445	1449	1452	1455	1459	1462	1466	1469	1472	1476	0	1	1	1	2	2	2	3	3
.17	1479	1483	1486	1489	1493	1496	1500	1503	1507	1510	0	1	1	1	2	2	2	3	3
.18	1514	1517	1521	1524	1528	1531	1535	1538	1542	1545	0	1	1	1	2	2	2	3	3
.19	1549	1552	1556	1560	1563	1567	1570	1574	1578	1581	0	1	1	1	2	2	3	3	3
.20	1585	1589	1592	1596	1600	1603	1607	1611	1614	1618	0	1	1	1	2	2	3	3	3
.21	1622	1626	1629	1633	1637	1641	1644	1648	1652	1656	0	1	1	2	2	2	3	3	3
.22	1660	1663	1667	1671	1675	1679	1683	1687	1690	1694	0	1	1	2	2	2	3	3	3
.23	1698	1702	1706	1710	1714	1718	1722	1726	1730	1734	0	1	1	2	2	2	3	3	4
.24	1738	1742	1746	1750	1754	1758	1762	1766	1770	1774	0	1	1	2	2	2	3	3	4
.25	1778	1782	1786	1791	1795	1799	1803	1807	1811	1816	0	1	1	2	2	2	3	3	4
.26	1820	1824	1828	1832	1837	1841	1845	1849	1854	1858	0	1	1	2	2	3	3	3	4
.27	1862	1866	1871	1875	1879	1884	1888	1892	1897	1901	0	1	1	2	2	3	3	3	4
.28	1905	1910	1914	1919	1923	1928	1932	1936	1941	1945	0	1	1	2	2	3	3	4	4
.29	1950	1954	1959	1963	1968	1972	1977	1982	1986	1991	0	1	1	2	2	3	3	4	4
.30	1995	2000	2004	2009	2014	2018	2023	2028	2032	2037	0	1	1	2	2	3	3	4	4
.31	2042	2046	2051	2056	2061	2065	2070	2075	2080	2084	0	1	1	2	2	3	3	4	4
.32	2089	2094	2099	2104	2109	2113	2118	2123	2128	2133	0	1	1	2	2	3	3	4	4
.33	2138	2143	2148	2153	2158	2163	2168	2173	2178	2183	0	1	1	2	2	3	3	4	4
.34	2188	2193	2198	2203	2208	2213	2218	2223	2228	2234	1	1	2	2	3	3	4	4	5
.35	2239	2244	2249	2254	2259	2265	2270	2275	2280	2286	1	1	2	2	3	3	4	4	5
.36	2291	2296	2301	2307	2312	2317	2323	2328	2333	2339	1	1	2	2	3	3	4	4	5
.37	2344	2350	2355	2360	2366	2371	2377	2382	2388	2393	1	1	2	2	3	3	4	4	5
.38	2399	2404	2410	2415	2421	2427	2432	2438	2443	2449	1	1	2	2	3	3	4	4	5
.39	2455	2460	2466	2472	2477	2483	2489	2495	2500	2506	1	1	2	2	3	3	4	5	5
.40	2512	2518	2523	2529	2535	2541	2547	2553	2559	2564	1	1	2	2	3	4	4	5	5
.41	2570	2576	2582	2588	2594	2600	2606	2612	2618	2624	1	1	2	2	3	4	4	5	5
.42	2630	2636	2642	2649	2655	2661	2667	2673	2679	2685	1	1	2	2	3	4	4	5	6
.43	2692	2698	2704	2710	2716	2723	2729	2735	2742	2748	1	1	2	3	3	4	4	5	6
.44	2754	2761	2767	2773	2780	2786	2793	2799	2805	2812	1	1	2	3	3	4	4	5	6
.45	2818	2825	2831	2838	2844	2851	2858	2864	2871	2877	1	1	2	3	3	4	5	5	6
.46	2884	2891	2897	2904	2911	2917	2924	2931	2938	2944	1	1	2	3	3	4	5	5	6
.47	2951	2958	2965	2972	2979	2985	2992	2999	3006	3013	1	1	2	3	3	4	5	5	6
.48	3020	3027	3034	3041	3048	3055	3062	3069	3076	3083	1	1	2	3	4	4	5	6	6
.49	3090	3097	3105	3112	3119	3126	3133	3141	3148	3155	1	1	2	3	4	4	5	6	6

ANTI LOGARITHMS

اینٹی لوگارتھم

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
.50	3162	3170	3177	3184	3192	3199	3206	3214	3221	3228	1	1	2	3	4	4	5	6	7
.51	3236	3243	3251	3258	3266	3273	3281	3289	3296	3304	1	2	2	3	4	5	5	6	7
.52	3311	3319	3327	3334	3342	3350	3357	3365	3373	3381	1	2	2	3	4	5	5	6	7
.53	3388	3396	3404	3412	3420	3428	3436	3443	3451	3459	1	2	2	3	4	5	6	6	7
.54	3467	3475	3483	3491	3499	3508	3516	3524	3532	3540	1	2	2	3	4	5	6	6	7
.55	3548	3556	3565	3573	3581	3589	3597	3606	3614	3622	1	2	2	3	4	5	6	7	7
.56	3631	3639	3648	3656	3664	3673	3681	3690	3698	3707	1	2	3	3	4	5	6	7	8
.57	3715	3724	3733	3741	3750	3758	3767	3776	3784	3793	1	2	3	3	4	5	6	7	8
.58	3802	3811	3819	3828	3837	3846	3855	3864	3873	3882	1	2	3	4	4	5	6	7	8
.59	3890	3899	3908	3917	3926	3936	3945	3954	3963	3972	1	2	3	4	5	6	6	7	8
.60	3981	3990	3999	4009	4018	4027	4036	4046	4055	4064	1	2	3	4	5	6	6	7	8
.61	4074	4083	4093	4102	4111	4121	4130	4140	4150	4159	1	2	3	4	5	6	7	8	9
.62	4169	4178	4188	4198	4207	4217	4227	4236	4246	4256	1	2	3	4	5	6	7	8	9
.63	4266	4276	4285	4295	4305	4315	4325	4335	4345	4355	1	2	3	4	5	6	7	8	9
.64	4365	4375	4385	4395	4406	4416	4426	4436	4446	4457	1	2	3	4	5	6	7	8	9
.65	4467	4477	4487	4498	4508	4519	4529	4539	4550	4560	1	2	3	4	5	6	7	8	9
.66	4571	4581	4592	4603	4613	4624	4634	4645	4656	4667	1	2	3	4	5	6	7	9	10
.67	4677	4688	4699	4710	4721	4732	4742	4753	4764	4775	1	2	3	4	5	7	8	9	10
.68	4786	4797	4808	4819	4831	4842	4853	4864	4875	4887	1	2	3	4	6	7	8	9	10
.69	4898	4909	4920	4932	4943	4955	4966	4977	4989	5000	1	2	3	5	6	7	8	9	10
.70	5012	5023	5035	5047	5058	5070	5082	5093	5105	5117	1	2	4	5	6	7	8	9	11
.71	5129	5140	5152	5164	5176	5188	5200	5212	5224	5236	1	2	4	5	6	7	8	10	11
.72	5248	5260	5272	5284	5297	5309	5321	5333	5346	5358	1	2	4	5	6	7	9	10	11
.73	5370	5383	5395	5408	5420	5433	5445	5458	5470	5483	1	3	4	5	6	8	9	10	11
.74	5495	5508	5521	5534	5546	5559	5572	5585	5598	5610	1	3	4	5	6	8	9	10	12
.75	5623	5636	5649	5662	5675	5689	5702	5715	5728	5741	1	3	4	5	7	8	9	10	12
.76	5754	5768	5781	5794	5808	5821	5834	5848	5861	5875	1	3	4	5	7	8	9	11	12
.77	5888	5902	5916	5929	5943	5957	5970	5984	5998	6012	1	3	4	5	7	8	10	11	12
.78	6026	6039	6053	6067	6081	6095	6109	6124	6138	6152	1	3	4	6	7	8	10	11	13
.79	6166	6180	6194	6209	6223	6237	6252	6266	6281	6295	1	3	4	6	7	9	10	11	13
.80	6310	6324	6339	6353	6368	6383	6397	6412	6427	6442	1	3	4	6	7	9	10	12	13
.81	6457	6471	6486	6501	6516	6531	6546	6561	6577	6592	2	3	5	6	8	9	11	12	14
.82	6607	6622	6637	6653	6668	6683	6699	6714	6730	6745	2	3	5	6	8	9	11	12	14
.83	6761	6776	6792	6808	6823	6839	6855	6871	6887	6902	2	3	5	6	8	9	11	13	14
.84	6918	6934	6950	6966	6982	6998	7015	7031	7047	7063	2	3	5	6	8	10	11	13	15
.85	7079	7096	7112	7129	7145	7161	7178	7194	7211	7228	2	3	5	7	8	10	12	13	15
.86	7244	7261	7278	7295	7311	7328	7345	7362	7379	7396	2	3	5	7	8	10	12	13	15
.87	7413	7430	7447	7464	7482	7499	7516	7534	7551	7568	2	3	5	7	9	10	12	14	16
.88	7586	7603	7621	7638	7656	7674	7691	7709	7727	7745	2	4	5	7	9	11	12	14	16
.89	7762	7780	7798	7816	7834	7852	7870	7889	7907	7925	2	4	5	7	9	11	13	14	16
.90	7943	7962	7980	7998	8017	8035	8054	8072	8091	8110	2	4	6	7	9	11	13	15	17
.91	8128	8147	8166	8185	8204	8222	8241	8260	8279	8299	2	4	6	8	9	11	13	15	17
.92	8318	8337	8356	8375	8395	8414	8433	8453	8472	8492	2	4	6	8	10	12	14	15	17
.93	8511	8531	8551	8570	8590	8610	8630	8650	8670	8690	2	4	6	8	10	12	14	16	18
.94	8710	8730	8750	8770	8790	8810	8831	8851	8872	8892	2	4	6	8	10	12	14	16	18
.95	8913	8933	8954	8974	8995	9016	9036	9057	9078	9099	2	4	6	8	10	12	15	17	19
.96	9120	9141	9162	9183	9204	9226	9247	9268	9290	9311	2	4	6	8	11	13	15	17	19
.97	9333	9354	9376	9397	9419	9441	9462	9484	9506	9528	2	4	7	9	11	13	15	17	20
.98	9550	9572	9594	9616	9638	9661	9683	9705	9727	9750	2	4	7	9	11	13	16	18	20
.99	9772	9795	9817	9840	9863	9886	9908	9931	9954	9977	2	5	7	9	11	14	16	18	20

مصنّفین کا تعارف

ڈاکٹر محمد اسلم ملک نے بہاوالدین زکریا یونیورسٹی ملتان سے 1989ء میں پیور میتھمٹکس (Puremathematic) میں ایم ایس سی کی ڈگری حاصل کی۔ پھر 1993ء میں آپ نے پنجاب یونیورسٹی لاہور سے ایم ایڈ (M.Ed) کیا۔ بعدازاں 1995ء میں پنجاب یونیورسٹی سے ہی ایم فل (M.Phil) کی ڈگری حاصل کی۔ 1999ء میں آپ نے لیکچرر کی حیثیت سے پوسٹ گریجوایٹ کالج ساہیوال میں ملازمت اختیار کر لی اور بعدازاں 2002ء میں آپ کی تقرری بحیثیت اسسٹنٹ پروفیسر گورنمنٹ کالج لاہور میں کی گئی۔ 2004ء میں پنجاب یونیورسٹی نے آپ کو پی ایچ ڈی (Ph.D) ریاضیات کی ڈگری کے اعزاز سے نوازا۔ اس کے بعد ہائیر ایجوکیشن کمیشن پاکستان نے آپ کو برمنگھم یونیورسٹی برطانیہ میں اعلیٰ تعلیم جاری رکھنے پر پوسٹ ڈاکٹریٹ فیلوشپ کا اعزاز دیا۔ موصوف اِس وقت پنجاب یونیورسٹی لاہور میں بحیثیت ایسوسی ایٹ پروفیسر آف میتھمٹکس خدمات انجام دے رہے ہیں۔

محترم جناب مقصود رضا احمد جو کہ ریاضی کے ایسوسی ایٹ پروفیسر ہیں۔ انہوں نے ایم ایس سی ریاضی کی ڈگری پنجاب یونیورسٹی لاہور سے حاصل کی۔ آپ کو گورنمنٹ کالج لاہور میں پہلی پوزیشن حاصل کرنے پر رول آف آنر کا ایوارڈ دیا گیا۔ 1979ء میں آپ نے یونیورسٹی آف بلوچستان کوئٹہ کے شعبہ ریاضی میں بحیثیت لیکچرر ملازمت اختیار کی۔ آپ تقریباً ایک سال ایم ایس سی کی کلاسز کو پڑھاتے رہے۔ پنجاب پبلک سروس کمیشن کی طرف سے سلیکشن ہونے پر 1980ء میں آپ کالج کیڈر میں مقرر ہوئے۔ 1982ء میں آپ کو بلغاریہ کے لیے پوسٹ گریجوایٹ سکالرشپ دیا گیا۔ 1990ء میں آپ کو ''کامن ویلتھ سکالرشپ فار پوسٹ گریجوایٹ سٹڈیز'' کے لیے نامزد کیا گیا۔ 1994ء میں آپ کو یونیورسٹی آف انجینئرنگ اینڈ ٹیکنالوجی لاہور کی طرف سے ایم فل کی ڈگری دی گئی۔ تصنیف و تالیف کے شعبہ میں بھی آپ کی خدمات قابل قدر ہیں۔ پرائمری، مڈل، سیکنڈری اور انٹرمیڈیٹ کے لیول کی 20 سے زیادہ کتابیں آپ لکھ چکے ہیں۔ آپ اس وقت گورنمنٹ شالیمار ڈگری کالج باغبانپورہ میں تدریسی خدمات انجام دے رہے ہیں۔