یونٹ 29

عملی جیومیٹری-دائرے
PRACTICAL GEOMETRY - CIRCLES

طلباء کے سیکھنے کے نتائج (SLOs)

اس یونٹ کو مکمل کے بعد طلباء اس قابل ہو جائیں گے کہ :

- دیئے گئے دائرے کا مرکز متعین کرنا
- تین غیر ہم خط نقاط سے گزرتا ہوا دائرہ کھینچنا۔
- دائرہ مکمل کرنا۔
  - مرکز معلوم کر کے۔
  - بغیر مرکز معلوم کئے: جب اس کے محیط کا ایک حصہ دیا گیا ہو۔
- دیئے گئے مثلث کا محاصر دائرہ
- دیئے گئے مثلث کا محصور دائرہ۔
- دیئے گئے مثلث کا جانبی دائرہ۔
- دیئے گئے ایک دائرہ کا مساوی الاضلاع کا محاصر کھینچنا
- دیئے گئے مثلث میں مساوی الاضلاع محصور مثلث کھینچنا
- دیئے گئے دائرے کا مساوی الاضلاع کے محصور مثلث بنانا
- دیئے گئے دائرے کا محاصر مربع بنانا۔
- دیئے گئے دائرے کا محاصر منظم مسدس بنانا
- دیئے گئے دائرے کا محصور منظم مسدس بنانا۔
- دیئے گئے نقطہ P سے مرکز کو استعمال کیئے بغیر دی گئی قوس کا مماس کھینچنا جب نقطہ
  - قوس کا وسطی نقطہ ہو۔
  - قوس کے آخری سرے پر واقع ہو۔
  - قوس کے باہر واقع ہو۔
- کسی نقطہ P سے دیئے گئے دائرے پر مماس کھینچنا جب P واقع ہو۔
  - محیط پر
  - دائرے سے باہر
- ایک دائرے کے دو مماس کھینچنا جو دیئے گئے زاویے پر باہم ملتے ہیں۔
- کھینچنا
  - دو مساوی دائروں کے راست مشترکہ مماس یا بیرونی مماس
  - دو مساوی دائروں کے معکوس مشترکہ مماس یا اندرونی مماس کھینچنا
- کھینچنا
  - دو غیر مساوی دائروں کے راست مشترکہ مماس یا بیرونی مماس
  - دو غیر مساوی دائروں کے معکوس مشترکہ مماس یا اندرونی مماس
- مماس کھینچنا
  - دو غیر مساوی چھوتے ہوئے دائروں کا۔
  - دو غیر مساوی قطع کرتے ہوئے دائروں کا۔
- دائرہ کھینچنا جو چھوتا ہو۔
  - دیئے گئے زاویہ کے دونوں بازوؤں کو
  - دو متقاطع خطوط کو اور ان کے درمیان دیئے گئے نقطہ میں گزرے۔
  - تین متقاطع خطوط کو۔

تعارف:

ہم جانتے ہیں کہ عملی جیو میٹری ، جیو میٹری کی ایک اہم شاخ ہے جو آر کیٹیکچر ، کمپیوٹر گرافکس ، آرٹ وغیرہ میں استعمال ہوتی ہے۔ ہم پہلے ہی پچھلی جماعتوں میں زاویے ، مثلث ، مستطیل ، کثیر الاضلاع بنانا سیکھ چکے ہیں آئیں اب ہم دائرے اور اس کی متعلقہ اشکال بنانا سیکھتے ہیں۔

29.1 دائرے بنانا (Construction of Circles):

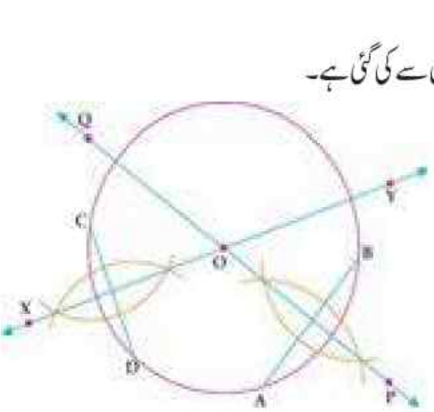
ہم جانتے ہیں کہ دائرہ پرکار کی مدد سے آسانی سے بنایا جا سکتا ہے جبکہ اُس مرکز اور رداس دیا ہوا ہو۔اس سیکشن میں ہم ایسے دائرے بنانا بھی سیکھیں گے جن مرکز اور رداس نہیں دیئے گئے ہوں۔

29.1 (i) دیے گئے دائرے کا مرکز متعین کرنا (Locate the center of a grin circle)

دیئے گئے دائرے کا مرکز متعین کرنے کے لیے ہم اس حقیقت کو سامنے رکھیں کہ ایک دائرے دو غیر متوازی وتر کے عمودی ناصف ایک دوسرے کو دائرے کے مرکز پر قطع کرتے ہیں۔

دیئے گئے دائرے کا مرکز متعین کرنے کا طریقہ کی وضاحت مندرجہ ذیل مثالوں سے کی گئی ہے۔

مثال: دیے گئے دائرے کا مرکز متعین کرنا جیسا کہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔



معلوم: ایک دائرہ

مطلوب: دیے گئے دائرہ کا مرکز متعین کرنا

مراحل عمل:

(i) دیئے گئے دائرہ کے دو متوازی وتر $\overline{AB}$ اور $\overline{CD}$ کھینچیں

(ii) وتر $\overline{AB}$ کا عمودی ناصف $\overleftrightarrow{PQ}$ کھینچیں

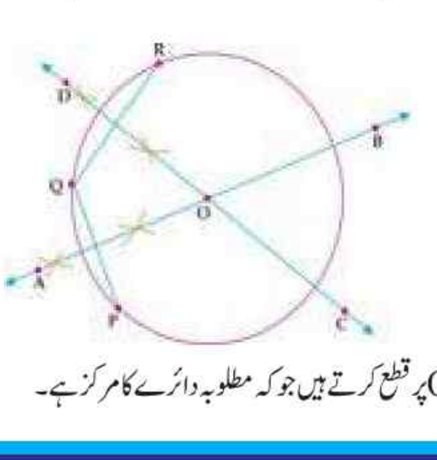
(iii) وتر $\overline{CD}$ کا عمودی ناصف $\overleftrightarrow{XY}$ کھینچیں

(iv) دونوں عمودی ناصف O اور O ایک دوسرے کو نقط پر قطع کرتے ہیں۔

29.1 (ii) تین غیر اہم خط نقاط سے گزرتا ہوا دائرہ کھینچنا

ایک دائرہ دیئے گئے تین غیر ہم خط نقاط سے گرتا ہو کھینچنے کے لیئے ہمیں سب سے پہلے مرکز کا متعین کرنا ہوگا پھر دائرہ کھینچا جیسا مندرجہ ذیل مثال سے وضاحت کی گئی ہے۔

مثال: تین غیر اہم خ ط نقاط P، Q اور R سے گزرتا ہوا دائرہ کھینچیں۔



معلوم: تین غیر ہم خط نقاط P، Q اور R

مطلوب: P، Q اور R سے گزرتے ہوئے ایک دائرہ کھینچنا

مراحل عمل:

(i) کوئی بھی تین غیر ہم خط نقاط P، Q اور R

(ii) $\overline{PQ}$ اور $\overline{QR}$ کھینچیں۔

(iii) $\overline{PQ}$ کا عمودی ناصف $\overleftrightarrow{AB}$ کھینچیں

(iv) $\overline{QR}$ کا عمودی ناصف $\overleftrightarrow{CD}$ کھینچیں۔

(v) دونوں عمودی ناصف $\overleftrightarrow{AB}$ اور $\overleftrightarrow{CD}$ ناصف ایک دوسرے کو نقط O پر قطع کرتے ہیں جو کہ مطلوبہ دائرے کا مرکز ہے۔

(vi) O کو مرکز مان کر رداس $m\overline{OP}$ یا $m\overline{OQ}$ یا $m\overline{OR}$ کے برابر ایک دائرہ کھینچیں
یہ مطلوبہ دائرہ ہے۔

29.1(iii) دائرہ مکمل کرنا

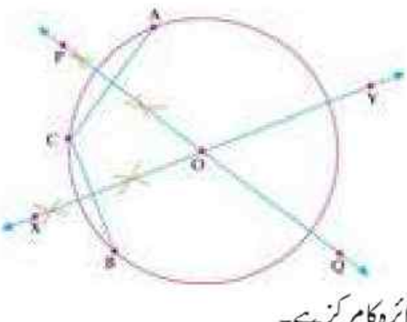
- مرکز معلوم کر کے
- بغیر مرکز معلوم کئے

جب اس سے محیط کا ایک حصہ دیا گیا ہو

(a) مرکز معلوم کر کے دائرہ مکمل کرنا جب اس کے محیط کا ایک حصہ دیا گیا ہو

ہم ایک دائرہ مکمل کر سکتے ہیں جب اس کے محیط کا ایک حصہ یا دی ہوئی قوس کے کسی بھی تین نمبر ہم خط نقاط کی مدد سے مرکز معلوم کر کے مندرجہ ذیل مثال سے طریقے کار کی وضاحت کی گئی ہے۔

مثال: مرکز معلوم کر کے دائرہ مکمل کریں جس کی قوس دی گئی ہو۔
معلوم: محیط کا ایک حصہ یا ایک قوس دی ہوئی ہے
مطلوب: دائرہ مکمل کرنا جس کی قوس دی ہوئی ہے۔



مراحل عمل:

(i) ایک قوس AB کھینچیں
(ii) A اور B کے علاوہ قوس AB پر نقطہ لیں
(iii) $\overline{AC}$ اور $\overline{BC}$ کھینچیں۔
(iv) $\overline{AC}$ کا عمودی ناصف $\overleftrightarrow{PQ}$ کھینچیں۔
(v) $\overline{BC}$ کا عمودی ناصف $\overleftrightarrow{XY}$ کھینچیں
(vi) $\overleftrightarrow{PQ}$ اور $\overleftrightarrow{XY}$ دونوں ایک دوسرے کو نقطہ O پر قطع کرتے ہیں جو کہ دائرہ کا مرکز ہے۔
(vii) O کو مرکز مان کر رداس قطعہ $m\overline{AO}$ یا $m\overline{OB}$ یا $m\overline{OC}$ کے برابر دائرہ کا باقی حصہ کھینچیں۔

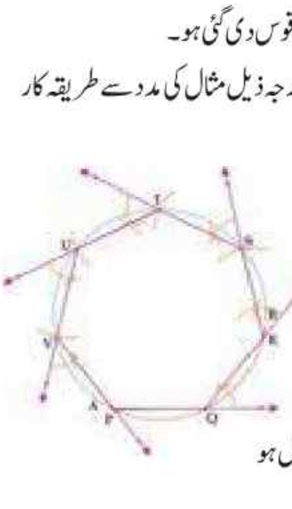
پس ہمیں دی ہوئی قوس AB سے مکمل دائرہ ملا

(b) بغیر مرکز معلوم کئے دائرہ مکمل کرنا جب اس کے محیط کا ایک حصہ دیا گیا ہو۔

ہم مرکز معلوم کئے بغیر دائرہ مکمل کر سکتے ہیں۔ منظم الکثیر الاضلاع کی مدد سے جب ایک قوس دی گئی ہو۔

ہم اندرونی اور بیرونی زاویوں کی مدد سے جو کہ متماثل ہیں منظم الاضلاع کھینچ سکتے ہیں مندرجہ ذیل مثال کی مدد سے طریقہ کار کی وضاحت کی گئی ہے۔

مثال: مرکز معلوم کئے بغیر دائرہ مکمل کریں جس کی قوس AB دی گئی ہو۔
معلوم: دائرہ کی ایک قوس AB
مطلوب: AB قوس کا دائرہ مکمل کرنا۔



مراحل عمل:

(i) دی گئی $\widehat{AB}$ قوس کے دو متماثل وتر $\overline{PQ}$ اور $\overline{QR}$ کھینچیں
(ii) Q∠ کے متماثل بیرونی R∠ کھینچیں اور $\overline{PQ}$ کے متماثل $\overline{ST}$ کھینچیں۔
(iii) R∠ کے متماثل بیرونی S∠ کھینچیں اور $\overline{PQ}$ کے متماثل $\overline{ST}$ کھینچیں۔
(iv) اس ہی طریقے کار سے ہمیں نقاط S، T، U اور V ∠ ملتے ہیں لہذا ہمیں منظم سبع حاصل ہو
(v) PQRSTU اور V کی نقاطی قوس بنائیں یہ نقاطی قوسیں دائرہ مکمل کرتی ہیں۔

مشق نمبر 29.1

.1 کسی دائروی اشیاء کی مدد سے دائرہ کھینچیں۔ اس کا مرکز تعین کریں

.2 تین غیر ہم خط نقاط X، Y، Z لیں اور ان تینوں نقاط سے گزرتا ہوا دائرہ کھینچیں۔

.3 کسی دائروی جسیم کی مدد سے قوس صغیرہ AB کھینچیں۔ مرکز معلوم کر کے دائرہ مکمل کریں۔

.4 کسی دائروی جسم کی مدد سے قوس کبیرہ ABC کھینچیں۔ مرکز معلوم کئے بغیر دائرہ مکمل کریں۔

.5 کسی دائروی جسم کی مدد سے قوس کبیرہ AB کھینچیں۔ مرکز معلوم کئے بغیر دائرہ مکمل کریں۔

29.2 کثیر الاضلاع سے منسلک دائرے (Circles all acted to polygan)

کثیر الاضلاع کے تین یا تین سے زیادہ اطراف کی بند شکل ہوتی ہے مثال کے طور پر مثلث، چوکور، مخمیس، مسدس وغیرہ کثیر الاضلاع سے منسلک دائرے ایسے دائرے ہیں جو کثیر الاضلاع کے تمام رداسوں سے گزرتے ہوں یا کثیر الاضلاع اطراف کو چھوتے ہوں۔

29.2 (i) دی گئی مثلث کا محاصر دائرہ

ایک مثلث کا محاصر دائرہ (Circum Circle of Triangle)

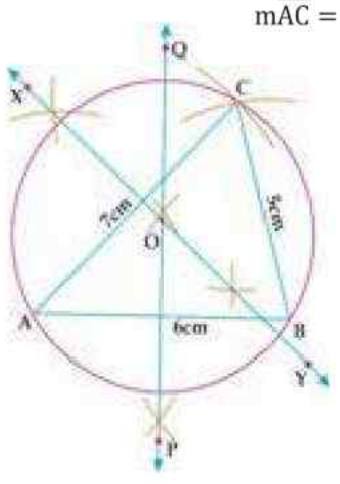
ایک دائرہ جو مثلث کے تمام داسوں سے گذرتا ہے وہ مثلث کا محاصر دائرہ کہلاتا ہے۔

شکل میں کا محاصر دائرہ ΔABC دیا گیا ہے جس کا مرکز O ہے جو محاصر مرکز کہلاتا ہے

مثال: ΔABC کا محاصر دائرہ کھینچیں جس میں $m\overline{AB} = 6cm$، $m\overline{BC} = 5cm$ اور $m\overline{AC} = 7cm$

معلوم: مثلث ہے ABC جس میں $m\overline{AB} = 6\,cm$، $m\overline{BC} = 5cm$ اور $m\overline{AC} = 7cm$

مطلوب: ΔABC کا محاصرہ دائرہ کھینچنا



مراحل عمل:

(i) دیئے گئے مواد کی مدد سے ΔABC بنائیں

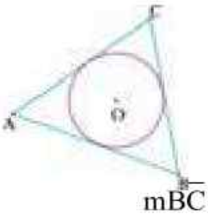
(ii) $\overline{AB}$ کا عمودی ناصف $\overleftrightarrow{PQ}$ کھینچیں

(iii) $\overline{AC}$ کا عمودی ناصف $\overleftrightarrow{XY}$ کھینچیں

(iv) دونوں عمودی ناصف $\overleftrightarrow{PQ}$ اور $\overleftrightarrow{XY}$ ایک دوسرے کو نقطہ O پر قطع کرتے ہیں۔

(v) O کو مرکز مان کر رداس $m\overline{OA}$ یا $m\overline{OB}$ یا $m\overline{OC}$ کے برابر ایک دائرہ کھینچیں جو A، B اور C سے گزرتا ہے۔
یہ مثلث کا مطلوبہ محاصر دائرہ ہے۔

29.2 (ii) دیئے گئے مثلث کا محصور دائرہ یا مثلث کا محصور دائرہ:
(Inscribed circle or in-circle of Triangle)



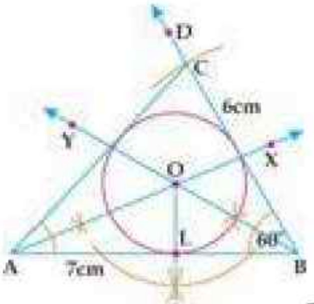
ایک دائرہ جو مثلث کی تمام اطراف چھوتا ہے وہ مثلث کا محصور دائرہ کہلاتا ہے۔
متعلہ شکل میں ΔABC مثلث کا محصور دائرہ جس کا مرکز O ہے جو اندرونی مرکز (In-center) کہلاتا ہے۔

مثال: ΔABC کا محصور دائرہ کھینچیں جس میں $m\overline{AB} = 7cm$، $m\angle B = 60°$ اور $m\overline{BC} = 6$ cm

معلوم: مثلث جس میں ABC $m\overline{AB} = 7cm$، $m\angle B = 60°$ اور $m\overline{BC} = 6cm$

مطلوب: ΔABC کا محصور دائرہ کھینچنا

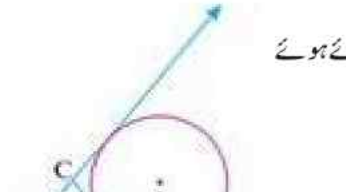
مراحل عمل:



(i) دیئے گئے مواد کی مدد سے ΔABC بنائیں۔
(ii) $\angle A$ کا اندرونی ناصف $\overrightarrow{AX}$ کھینچیں
(iii) $\angle B$ کا اندرونی ناصف $\overrightarrow{BY}$ کھینچیں
(iv) دونوں اندرونی ناصف $\overrightarrow{AX}$ اور $\overrightarrow{BY}$ ایک دوسرے کو نقطہ O پر قطع کرتے ہیں۔
(v) نقطہ O سے $\overline{AB}$ پر عمود $\overrightarrow{OP}$ کھینچیں۔ $\overline{AB}$ کو $\overrightarrow{OP}$ نقطہ L پر قطع کرتا ہے۔
(vi) O کو مرکز مان کر اور رداس $m\overline{OL}$ برابر دائرہ بنائیں جو ΔABC کی تینوں اطراف کو چھوتا ہے یہ مطلوب دائرہ محصور دائرہ ہے

29.2 (iii) دیئے گئے مثلث کا جانبی دائرہ:
جانبی دائرہ **(Escribed Circle or Ex-circle)**

دائرہ جو مثلث کی ایک بیرونی ضلع کو چھوتا ہے اور دائرے کے دو بڑھائے ہوئے اطراف کو اندرونی طرف سے چھوتا ہے یہ جانبی دائرہ کہلاتا ہے۔



دی ہوئی شکل میں مثلث ΔABC میں راس A مقابل جانبی دائرہ ہے جس کا مرکز I_1 ہے جو جانبی دائرہ کا مرکز (ex-circle) کہلاتا ہے۔

اس ہی طرح I_2 اور I_3 ΔABC کے راس B اور C کے مقابل جانبی دائروں کے مرکز ہیں۔

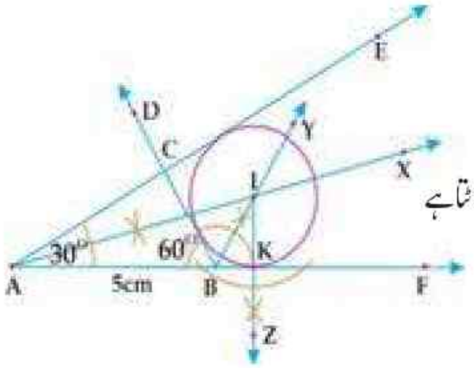
مثال: ΔABC کے راس A کے مقابل جانبی دائرہ کھنچیں جبکہ $m\overline{AB} = 5cm$، $m\angle A = 30°$، $m\angle B = 60°$

معلوم: ٹلث ABC جس میں $m\overline{AB} = 5cm$، $m\angle A = 30°$ ، $m\angle B = 60°$

مطلوب: ΔABC کے راس A کے مقابل ایک جانبی دائرہ کھینچیں

مراحل عمل:

(i) دیئے گئے مواد کی مدد سے ΔABC بنائیں
(ii) C کو $\overline{AC}$ سے پرے اور $\overline{AB}$ B سے پرے بڑھائیں بالترتیب جو دو بیرونی زاویے جو BCE اور CBF بناتے ہیں



(iii) $\overrightarrow{AX}$ $\angle A$ کا اندرونی ناصف کھنچیں

(iv) $\overrightarrow{BY}$ $\angle CBF$ کا اندرونی ناصف کھنچیں

(v) دونوں ناصف $\overrightarrow{AX}$ اور $\overrightarrow{BY}$ ایک دوسرے کو نقطہ I پر قطع کرتے ہیں

(vi) $\overrightarrow{AF}$ پر ایک عمود $\overline{IZ}$، I کھینچیں جو $\overrightarrow{AF}$ کو نقطہ K پر کاٹتا ہے

(vii) I کو مرکز مان کر رداس $m\overline{IK}$ کے برابر ایک دائرہ کھینچیں جو $\overline{BC}$ کو بیرونی اور AE اور $\overrightarrow{AF}$ اندرونی چھوتا ہے

یہ ΔABC کے راس A مقابل مطلوبہ جانبی دائرہ ہے۔

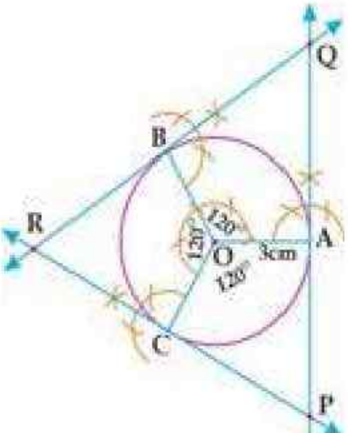
29.2 ایک دائرے کا مساوی الاضلاع کا محاصر کھینچنا

ہم دیئے گئے دائرے کے گرد ایک مساوی الوضلاع مثلث کھینچیں گے در حقیقت اگر دائرے کو تین مماثل قوسین میں تقسیم کیا جائے اور نقاط تقسیمی پر مماس کھینچیں جائے جو دائرے کے گرد مساوی الاضلاع مثلت الاضلاع ہو نگے یہ طریقہ مندرجہ ذیل مثال سے واضح کیا گیا ہے

مثال: 3cm اداس کا دائرہ کھینچیں جس کا مرکز O ہے اور دائرے کا مساوی الاضلاع محاصر مثلت کنھچیں

معلوم: 3cm اداس کا دائرہ کھینچیں جس کا مرکز O ہے

مطلوب: دیئے گئے دائرے کا مساوی الاضلاع محاصر مثلت کھنچنا



مراحل عمل:

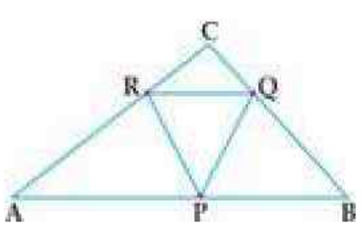
(i) 3cm رداس کا دائرہ کنھیچیں جس کا مرکز O ہے

(ii) مرکز زاویے کو تین متماثل زاویوں میں تقسیم کرتی ہوئے دائرے کو تین متماثل قوسین $\widehat{AB}$ ، اور $\widehat{BC}$ میں $\widehat{AC}$ میں تقسیم کریں۔

(iii) نقاط B,A اور C پر قائمہ زاویے بناتے ہوئے ان نقاط پر مماس کھینچیں۔

(iv) یہ مماس ایک دوسرے کو نقاط Q,P اور R پر قطع کرتے ہیں۔
اب PQR مطلوبہ مساوی الاضلاع مثلث ہے۔

29.2 (v) دیئے گئے مثلث میں مساوی الاضلاع محصور مثلث کھینچنا

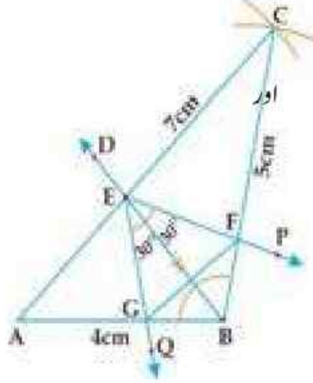


ہم جانتے ہیں اگر مساوی الاضلاع مثلث کے تمام راس کی دیئے گئے مثلث کے تمام راس کی دیئے گئے مثلث کے مختلف اضلاع پر واقع ہوتے ہیں تو یہ دیئے گئے ΔABC مثلث کا مساوی الاضلاع محصور مثلث PQR کہا جاتا ہے۔

مثال: ΔABC میں مساوی الاضلاع محصور مثلث کھینچیں جبکہ $m\overline{AB} = 4cm$، $m\overline{BC} = 5cm$ اور $m\overline{AC} = 7cm$

معلوم: ایک مثلث ABC جس میں $m\overline{AB} = 4cm$, $m\overline{BC} = 5cm$ اور $m\overline{AC} = 7cm$

مطلوب: ΔABC میں مساوی الاضلاع محصور مثلث کھینچنا



مراحل عمل:

(i) دیئے گئے مواد سے ΔABC بنائیں۔

(ii) $\angle B$ کا اندرونی ناصف $\overrightarrow{BD}$ کھینچیں جو مناسب زاویہ ہے (عموماً بڑے سے بڑا زاویہ)۔

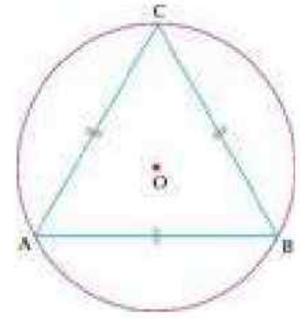
(iii) اندرونی ناصف $\overrightarrow{BD}$ نقطہ E پر $\overline{AC}$ کو قطع کرتا ہے۔

(iv) نقطہ E پر 30^o درجہ پیمائش دو زاویے BEP اور BEQ کھنچیں

(v) $\overrightarrow{EP}$ اور $\overrightarrow{EQ}$ بالترتیب $\overline{BC}$ اور $\overline{AB}$ کو نقاط F اور G پر قطع کرتے ہیں

(vi) $\overline{FG}$ کھینچیں

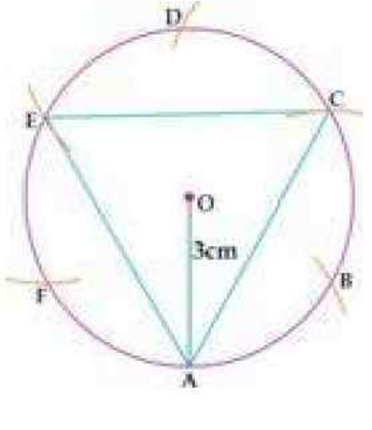
اب ΔABC اب کا مطلوبہ مساوی الاضلاع محصور مثلث EFG ہے



29.2 (vi) دائرے کا مساوی الاضلاع کے محصور مثلث بنانا

دائرے کا مساوی الاضلاع محصور مثلث

ایک مثلث دائرے کا مساوی الاضلاع محصور مثلث کہلاتا ہے اور اس کے تمام راس دائرے سے گزرتے ہیں۔ متعلقہ شکل میں مثلث دائرے کا مساوی الاضلاع محصور مثلث ABC ہے جس کا مرکز O ہے۔



مثال: محصور مثلث بنائیں اور جس کا رداس 3cm ہے

معلوم: 3cm رداس کا دائرہ جس کا مرکز O ہے

مطلوب: دیئے گئے دائرے کا مساوی الاضلاع محصور مثلث کھینچنا

مراحل عمل:

(i) 3cm رداس ایک دائرہ کھینچیں جس کا مرکز O ہے

(ii) دائرہ پر ایک نقط A لیں، نقطہ A سے شروع کریں اور دائرہ کو چھ متماثل حصوں میں B, C, D, E اور F پر تقسیم کریں۔

(iii) $\overline{AC}$، $\overline{AE}$ اور $\overline{CE}$ کھینچیں

اب AEC دیئے گئے دائرے کا مطلوبہ مساوی الاضلاع محصور مثلث ہے۔

مشق 29.2

1. ΔABC بنائیں اور ہر صورت میں اس کے محاصر دائرے کھینچیں
   (i) $m\angle A = 50^\circ$ اور $m\overline{AC} = 6cm, m\overline{AB} = 5.5cm$
   (ii) $m\overline{AC} = 5cm$ اور $m\overline{BC} = 4.5cm,\ m\overline{AB} = 6cm$
2. ΔPQR بنائیں اور ہر صورت میں اس کے محصور دائرے کھینچیں
   (i) $m\overline{RP} = 5.5cm$ اور $m\overline{QR} = 6.5cm, m\overline{PQ} = 5cm$
   (ii) $m\angle Q = 50^\circ$ اور $m\angle P = 60^\circ, m\overline{PQ} = 6cm$
3. ΔXYZ بنائیں اور ہر صورت میں $\angle Y$ کے مقابل جانبی دائرہ کھینچیں
   (i) $m\angle Y = 30^\circ$ اور $m\overline{YZ} = 5cm, m\overline{XY} = 4.5cm$
   (ii) $m\overline{XZ} = 2.5cm$ اور $m\overline{YZ} = 6cm, m\overline{XY} = 5.5cm$
4. 3.5cm رداس کا دائرہ کھینچیں جس کا مرکز O ہے اور اس دائرے کا مساوی الاضلاع محاصر مثلث بنائیں۔
5. ΔPQR میں مساوی الاضلاع محصور مثلث کھینچیں جبکہ
   $m\overline{PR} = 8cm$ اور $m\overline{QR} = 5.5cm, m\overline{PQ} = 4.5cm$
6. دائرے کا مساوی الاضلاع محصور مثلث بنائیں جس کا مرکز O اور رداس 3.8cm ہے

29.2 (vii) دیئے گئے دائرہ کا محاصر مربع بنانا:

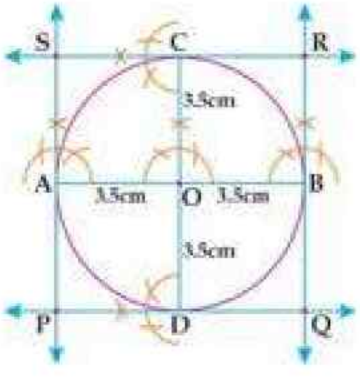
دیئے گئے دائرے کے محاصر یا محصور مربع، مسدس یا کوئی اور کثیر الاضلاع بنانے سے پہلے ہمیں دائرے سے منسلک منظم کثیر الاضلاع سے تعلق مندرجہ ذیل مسائل ضرور جاننا چاہیے۔

اگر دائرے کا محیط n برابر قوسیں میں تقسیم کیا جائے تو

(i) نقاط تقسیمی دائرے کے منظم محصور n- الاضلاع کے راس ہیں۔
(ii) ان نقاط سے گزرنے والے دائرے کے مماس دائرے کے محاصر منظم کثیر الاضلاع کی n- اطراف ہوتیں ہیں۔

اس کا مطلب ہے کہ اگر ہم دیئے ہوئے دائرے کے محاصر یا محصور مربع، منظم مخمس، منظم مسدس وغیرہ بناتے ہیں تو ہمیں دائری کو بالترتیب چار، پانچ، چھ وغیرہ برابر حصوں میں تقسیم کرنا پڑتا ہے۔

آئیں ہم مندرجہ ذیل مثال: کی مدد سے سیکھتے ہیں کہ کیسے دائرہ کا محاصر مربع بناتے ہیں۔



مثال: دائرے کا محاصر مربع بنائیں جس کا 3.5cm رداس اور مرکز O ہے۔

معلوم: دائرہ جس کا رداس 3.5cm اور مرکز O ہے۔

مطلوب: دائرے کا محاصر مربع بنانا

مراحل عمل:

(i) 3.5cm رداس کا دائرہ کھینچیں جس کا مرکز O ہے۔
(ii) ایک قطر $\overline{AB}$ کھینچیں
(iii) دوسرے قطر $\overline{CD}$ کھینچیں جو $\overline{AB}$ پر عمود ہے

(iv) نقاط A، B، C اور D پر مماس کھینچیں۔

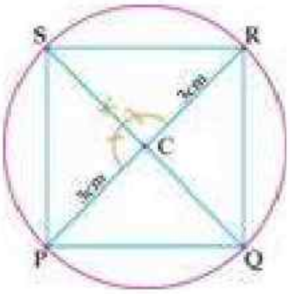
(v) یہ مماس ایک دوسرے کو نقاط P، Q، R اور S قطع کرتے ہیں دیئے گئے دائرے کا مطلوبہ محاصر مربع PQRS ہے۔

آئیں ہم مندرجہ ذیل مثال کی مدد سے سیکھتے ہیں کہ کیسے دائرہ کا محصور مربع بناتے ہیں۔

مثال: دائرے کا محصور بنائیں جس کا رداس 3cm اور مرکز C ہے۔

معلوم: ایک دائرہ جس کا رداس 3cm اور مرکز C ہے۔

مطلوب: دائرے کا محصور مربع بنائیں۔



مراحل عمل:

(i) 3cm کا دائرہ کھینچیں جس کا مرکز C ہے

(ii) $\overline{PR}$ قطر کھینچیں

(iii) $\overline{QS}$ قطر کھینچیں جو $\overline{PR}$ پر عمود ہے۔

(iv) دائرے کو نقاط P، Q، R اور S پر چار برابر حصوں میں تقسیم کریں۔

(v) $\overline{RS}, \overline{QR}, \overline{PQ}$ اور $\overline{SP}$ کھینچیں یہ دائرے کا مطلوبہ محصور مربع PQRS ہے۔

29.2 (viii) دیئے گئے کا محاصر منظم مسدس بنانا

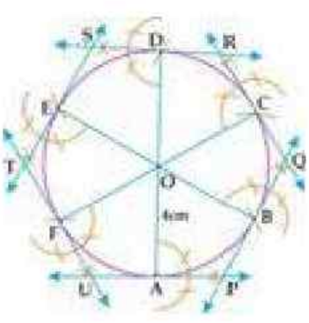
مندرجہ ذیل مثال کی مدد دیئے گئے دائرے کا محاصر منظم مسدس بنانے کے طریقے کی وضاحت کی گئی ہے۔

مثال: 4cm رداس کا دائرہ کھینچیں جس کا مرکز O ہے۔ دائرہ کا محاصر منظم مسدس بنائیں۔

معلوم: رداس کا دائرہ جس کا مرکز O ہے

مطلوب: دائرے کا محاصر منظم مسدس بنانا۔

مراحل عمل:



(i) 4cm رداس کا ایک دائرہ کھینچیں جس کا مرکز O ہے

(ii) دائرہ پر نقطہ A لیں۔

(iii) A سے شروع کریں اور $m\overline{OA}$ رداس کے برابر دیئے گئے دائرے پر نقاط A، B، C، D اور F پر چھ قوسیں لگائیں اور دائرے کو چھ برابر حصوں میں تقسیم کریں

(iv) اب نقاط پر مماس کھینچیں

(v) ایک مماس ایک دوسرے کو نقاط P، Q، R، S، T اور U پر قطع کرتے ہیں۔ دیئے گئے دائرہ کا PQRSTU مطلوبہ محاصر مسدس ہے۔

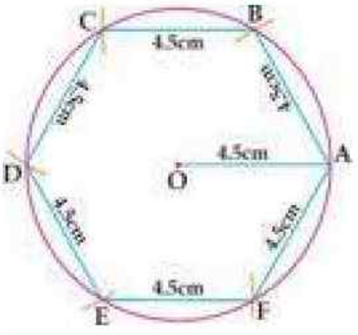
29.2 (ix) دیئے گئے دائرے کا محصور منظم مسدس بنانا

مندرجہ ذیل مثال کی مدد سے محصور منظم مسدس بنانے کے طریقے کی وضاحت کی گئی ہے۔

مثال: 4.5 cm رداس کا دائرہ کھینچیں جس کا مرکز O ہے۔ دائرے کا محصور منظم مسدس بنانا

معلوم: 4.5 cm رداس کا دائرہ جس کا مرکز O ہے۔

مطلوب: دیئے گئے دائرے کا محصور منظم مسدس بنانا



مراحل عمل:

(i) O کو مرکز مان کر 4.5cm دائرہ کھینچیں

(ii) دائرے پر ایک نقطہ A لیں

(iii) A سے شروع کریں اور رداس $m\overline{AO}$ یا 4.5cm کے برابر دیئے گئے دائرے پر نقاط A، B، C، D، E اور F پر چھ قوسیں لگائیں دائرے کو چھ برابر حصوں میں تقسیم کریں

(iv) $\overline{AB}$، $\overline{BC}$، $\overline{CD}$، $\overline{DE}$، $\overline{EF}$ اور $\overline{AF}$ کھینچیں

یہ دیئے گئے دائرہ کا مطلوبہ محصور منظم مسدس ABCDEF ہے۔

مشق 29.3

.1 4.2cm رداس کا دائرہ جس کا مرکز C ہے اس کا محاصر مربع بنائیں

.2 3.6cm رداس کا دائرہ جس کا مرکز O ہے اس کا محصور مربع بنائیں

.3 4.8cm رداس کا دائرہ جس کا مرکز O ہے اس کا محاصر منظم مسدس بنائیں

.4 4.4cm رداس کا دائرہ جس کا مرکز C ہے اس کا محصور منظم مخمس بنائیں

.5 4.3cm کا دائرہ جس کا مرکز O ہے اس کا محصور منظم مخمس بنائیں (اشارہ: مرکز پر پانچ متماثل زاوے کھینچیں)

29 .3 دائرے کا مماس (Tangents to a circle):

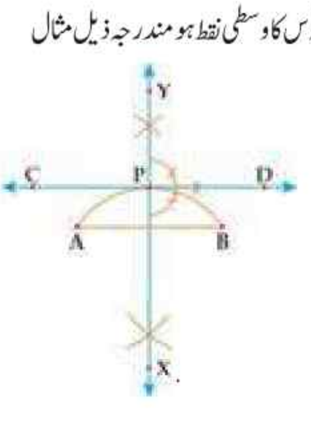
دائرے کا مماس ایک ایسا خط ہوتا ہے جو دائرے کسی ایک نقطے کو چھوتا ہے۔ دائرے کا مماس اور رداس قطع ہمیشہ کسی نقطے پر ایک دوسرے پر عمود ہوتے ہیں۔

29.3 (i) دیئے گئے نقطہ P سے مرکز کو استعمال کئے بغیر دی گئی قوس کا مماس کھینچا جب نقط

* قوس کا وسطی نقطہ ہو
* قوس کے آخری سرے پر واقع ہو
* قوس کے باہر واقع ہو

صورت 1: جب نقط P قوس کا وسطی نقط ہو

دیئے گئے نقط P سے مرکز کو استعمال کئے بغیر دی گئی قوس کا مماس کھینچا جب نقط P قوس کا وسطی نقط ہو مندرجہ ذیل مثال کی مدد سے طریقے کی وضاحت کی گئی ہے۔



مثال: ایک قوس AB لیں مرکز کو استعمال کئے بغیر $\overset{\frown}{AB}$ قوس کے وسطی نقط P سے قوس $\overset{\frown}{AB}$ کا مماس کھینچیں

معلوم: نقط P قوس $\overset{\frown}{AB}$ کا وسطی نقطہ ہے

مطلوب: مرکز کو استعمال کئے بغیر P سے $\overset{\frown}{AB}$ مماس کھینچیں

مراحل عمل:

(i) ایک قوس AB لیں

(ii) وتر AB کھینچیں

(iii) $\overline{AB}$ کا عمودی ناصف $\overleftrightarrow{XY}$ کھینچیں جو قوس کو نقط P پر کاٹتا ہے۔

(iii) $\overleftrightarrow{XY}$ پر $\overleftrightarrow{CD}$ ایک عمودی نقط P پر کھینچیں پس $\overleftrightarrow{CD}$ مطلوبہ مماس ہے۔

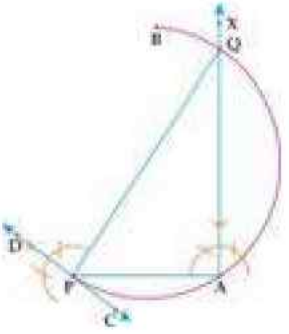
صورت 2: جب نقطہ P قوس کے آخری سرے پر واقع ہو

دیئے گئے نقطہ P سے مرکز کو استعمال کئے بغیر دی گئی قوس کا مماس کھینچا جب نقطہ P قوس کے آخری سرے پر واقع ہو۔ مندرجہ ذیل مثال کی مدد سے طریقے کی وضاحت کی گئی ہے۔

مثال: ایک قوس $\widehat{PAB}$ لیں قوس $\widehat{PAB}$ کے آخری سرے پر واقع نقطہ P سے مرکز کو استعمال کئے بغیر مماس کھینچیں۔

معلوم: نقطہ P، قوس $\widehat{PAB}$ کا آخری سرے پر واقع ہے

مطلوب: مرکز استعمال کئے بغیر قوس $\widehat{PAB}$ کے آخری سرے واقع نقطہ P سے مماس کھینچیں۔



مراحل عمل:

(i) کسی مناسب رداس کی قوس $\widehat{PAB}$ کھینچیں۔

(ii) وتر $\overline{AP}$ کھینچیں

(iii) نقطہ A پر $\overline{PA}$ کا عمود $\overrightarrow{AX}$ کھینچیں جو دی گئی قوس کو نقطہ Q پر کاٹتا ہے۔

(iv) قوس کا قطر $\overline{PQ}$ کھینچیں

(v) نقطہ P پر $\overline{PQ}$ کا عمود $\overrightarrow{CD}$ کھینچیں

لہذا $\overleftrightarrow{CD}$ مطلوبہ مماس ہے۔

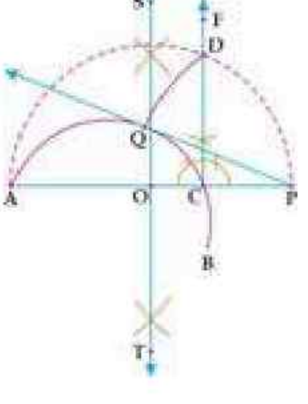
صورت 3: جب نقطہ P قوس کے باہر واقع ہے

دیئے گئے نقطہ P سے مرکز کو استعمال کئے گئے بغیر قوس کا مماس کھینچیں جب نقطہ P قوس کے باہر واقع ہے۔ مندرجہ ذیل مثال کی مدد سے طریقے کی وضاحت کی گئی ہے۔

مثال: قوس AB لیں۔ نقطہ P سے قوس AB کا مماس کھینچیں جو قوس کے باہر مرکز کو استعمال کئے بغیر ہے۔

معلوم: ایک نقطہ قوس $\widehat{AB}$ کے باہر

مطلوب: نقطہ P سے ایک قوس AB کا مماس کھینچنا مرکز کو استعمال کئے بغیر



مراحل عمل:

(i) اپنی پسند کی ایک قوس AB کھینچیں

(ii) قوس $\widehat{AB}$ کے باہر ایک نقطہ P لیں

(iii) $\overline{AP}$ کھینچیں جو دیئے گئے قوس کو C پر کاٹتا ہے۔

(iv) $\overline{AP}$ کا عمودی ناصف $\overline{ST}$ کھینچیں جو $\overline{AP}$ کو نقطہ O پر کاٹتا ہے

(v) O کو مرکزی مان کر اور رداس $m\overline{AO}$ یا $m\overline{OP}$ کے برابر نصف دائرہ کھینچیں۔

(vi) نقطہ C پر $\overline{AP}$ کا عمودی ناصف $\overrightarrow{CF}$ کھینچیں جو نصف دئرہ کو نقطہ D پر کاٹتا ہے۔

(vii) P کو مان کر اور mPD کے برابر رداس کی قوس کھینچیں جو $\widehat{AB}$ قوس کو نقطہ پر Q کاٹی ہے۔

(viii) $\overrightarrow{PQ}$ کھینچیں

پس $\overrightarrow{PQ}$ مطلوبہ مماس ہے۔

29.3 (ii) کسی نقطہ P سے دیئے گئے دائرے پر مماس کھینچنا جب P واقع ہو۔
- P محیط پر
- P دائرے سے باہر

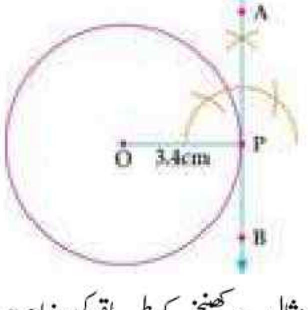
صورت ا : جب نقطہ P محیط پر واقع ہو

دیئے ہوئے دائرے پر نقطہ P سے مماس کھینچنا جب کہ نقطہ P محیط پر واقع ہے مندرجہ ذیل مثال کی مدد سے طریقے کی وضاحت کی گئی ہے

مثال: O کو مرکز مان کر 3.4cm رداس کا دائرہ کھینچیں
دائرے کے محیط P پر مماس کھینچیں

معلوم: 3.4cm رداس کا دائرہ جس کا مرکز O ہے اور نقطہ P اس کے محیط پر واقع ہے

مطلوب: نقطہ P سے دائرہ کا مماس کھینچنا



مراحل عمل:

(i) نقطہ O کو مرکز مان کر 3.4cm رداس کا دائرہ کھینچیں
(ii) اس کے محیط پر نقطہ P لیں
(ii) $\overline{OP}$ کھینچیں
(iii) نقطہ P سے $\overline{OP}$ پر عمود $\overleftrightarrow{AB}$ کھینچیں
پس $\overleftrightarrow{AB}$ مطلوبہ مماس ہے

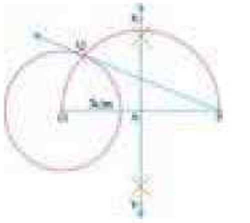
صورت 2 : جب نقطہ P دائرے سے باہر واقع ہے

نقطہ P سے دیئے ہوئے دائرہ کا مماس کھینچنا جو کہ دائرے باہر واقع ہے کو مندرجہ ذیل مثال سے کھینچنے کے طریقے کی وضاحت کی گئی ہے۔

مثال: 3cm کا دائرہ کھینچیں جس کا مرکز O ہے۔ دائرے کے باہر نقطہ P سے دائرے پر مماس کھینچیں۔

معلوم: 3cm رداس کا ایک دائرہ جس کا مرکز O ہے۔ دائرے کے باہر نقطہ P

مطلوب: دائرے کے باہر نقطہ P سے دائرے کا مماس کھینچنا۔



مراحل عمل:

(i) O کو مرکز مان کر 3cm کا دائرہ کھینچیں
(ii) دائرے کے باہر ایک نقطہ P لیں
(iii) $\overline{OP}$ کھینچیں
(iv) $\overline{OP}$ کا عمودی ناصف $\overleftrightarrow{XY}$ کھینچیں جو اسے نقطہ A پر کاٹتا ہے
(v) A کو مرکز مان کر رداس $m\overline{AO}$ کے برابر نصف دائرہ کھینچیں جو دیئے گئے دائرے کو نقطہ Q پر کاٹتا ہے۔
(vi) $\overrightarrow{PQ}$ کھینچیں
پس $\overrightarrow{PQ}$ مطلوبہ مماس ہے

9.3 (iii) ایک دائرے کے دو مماس کھینچنا جو دیئے گئے زاویے پر باہم ملتے ہیں

غور کریں ایک دائرے کا مرکز O ہے۔ $\overrightarrow{PS}$ اور $\overrightarrow{PT}$ دائرے کے دو مماس ہیں جبکہ مماس کے درمیان زاویہ $\angle P$ ہے۔

یہاں چونکہ $m\angle PSO = 90°$ $(\because \overline{OS} \perp \overrightarrow{PS})$

اور چونکہ $m\angle PTO = 90°$ $(\because \overline{OT} \perp \overrightarrow{PT})$

چوکور PSOT میں

یعنی $m\angle P + m\angle PSO + m\angle O + m\angle PTO = 360°$

$m\angle P + 90° + m\angle O + 90° = 360°$

$\Rightarrow m\angle P + m\angle O = 180°$

یعنی $\Rightarrow m\angle O = 180° - m\angle P$

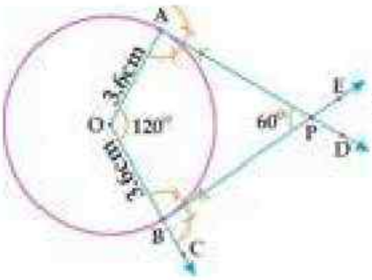
دائرے کا مرکزی زاویہ جو نقاط صلاپ کو ملاتا ہے۔ مماس کے درمیان زاویے کا سپلیمینٹ ہوتا ہے۔
اس حقیقت کو سامنے رکھتے ہوئے ہم ایک دائرے کے دو مماس بنائیں گے جو ایک دوسرے کو ایک دیئے گئے زاویہ پر ملینگے

مثال: 3.6cm رداس کا ایک دائرے پر دو مماس کھینچیں جس کا مرکز O ہے جو $60°$ کے زاویے پر باہم ملتے ہیں۔

معلوم: 3.6cm رداس کا ایک دائرہ جس مرکز O ہے جبکہ مماس کے درمیان زاویہ $60°$ ہے

مطلوب: دیئے گئے دائرے پر تو مماس کھینچنا جو باہم $60°$ پر ملتے ہیں

مراحل عمل:



(i) O کو مرکو زمان کر 3.6cm رداس کا دائرہ کھینچیں

(ii) دائرے پر ایک نقط A لیں اور اُس O سے ملائیں

(iii) $120°$ کا زاویہ $\angle AOC$ کھینچیں (یعنی $(180° - 60° = 120°$
یوں $\overline{OC}$ سے دیئے گئے دائرے کو نقط B پر کاٹتا ہے۔

(iv) نقط A پر $\overline{OA}$ کا عمود $\overrightarrow{AD}$ کھینچیں

(v) نقط B پر $\overline{OB}$ کا عمود $\overrightarrow{BE}$ کھینچیں

(vii) دونوں $\overrightarrow{AD}$ اور $\overrightarrow{BE}$ ایک دوسرے کو نقط P پر قطع کرتے ہیں
پس $\overrightarrow{AP}$ اور $\overrightarrow{BP}$ مطلوبہ مماس ہیں جبکہ $m\angle P = 60°$.

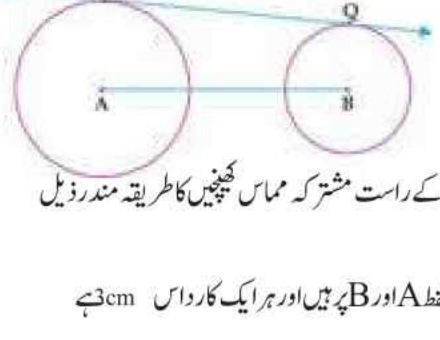
مشق 29.4

1. صغیرہ قوس $\widehat{PQ}$ لیں $\widehat{PQ}$ کے وسطی نقطے A سے مماس کھینچیں مرکز کو استعمال کئے بغیر
2. کبیرہ قوس $\widehat{PQR}$ لیں۔ $\widehat{PQR}$ کے آخری سرے پر واقع نقط Q سے مماس کھینچیں مرکز کو استعمال کیئے بغیر۔
3. صغیرہ قوس $\widehat{XY}$ لیں۔ $\widehat{XY}$ کے باہر نقطے Z سے مماس کھینچیں مرکز کو استعمال کئے بغیر۔
4. 2.9cm رداس کا دائرہ کھینچیں جس میں مرکز C دائرکے کا نقط P سے دائرہ کا مماس کھینچیں۔
5. 3.2cm رداس کا دائرہ کھینچیں جس کا مرکز P ہے۔ نقط Q سے دائرے کا مماس کھینچیں جو کہ مرکز P سے 8cm کے فاصلے پر ہے۔
6. 3.3 رداس کا ایک دائرہ پر دو مماس کھینچیں جبکہ مرکز C ہے وہ باہم زاویے پر ملتے ہیں
(i) $50°$ (ii) $63°$

29.3 (iv) کھینچنا

* دو مساوی دائروں کے راست مشترکہ مماس یا بیرونی مماس۔
* دو مسادی دائروں کے معکوس مشترکہ مماس یا نیرونی مماس کھینچنا راست۔

(a) دو مساوی دائروں کے راست مشترکہ مماس یا بیرونی مماس کھینچنا راست مشترکہ مماس
(Direct Common Tangent):

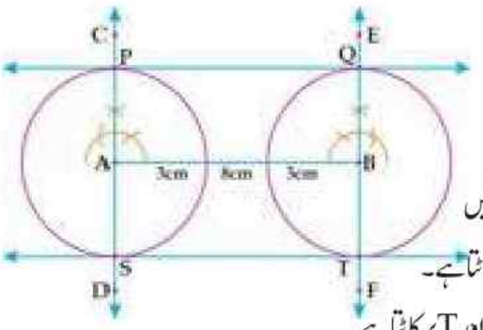


ایک مشترک مماس راست مشترکہ مماس کہہ تاہے یا دو دائروں کا بیرونی مماس کہلاتاہے۔ اگر یہ دیئے گئے دونوں دائروں کے مرکزوں کو ملانے والی قطعہ خط کو قطع نہیں کرتی ہیں
شکل میں $\overleftrightarrow{PQ}$ دونوں دائروں کے راست مشترکہ مماس ہیں جن کے مراکز A اور B ہیں۔ نوٹ: $\overleftrightarrow{PQ}$ قطع نہیں کرتا ہے $\overline{AB}$ کو۔ دو مساوی دائروں کے راست مشترکہ مماس کھینچیں کا طریقہ مندرذیل مثال سے واضح کیا گیا ہے۔

مثال: دو مساوی دائروں کے راست مشترکہ مماس کھینچیں جن کے مراکز نقطہ A اور B پر ہیں اور ہر ایک کا رداس 3cm ہے اور $m\overline{AB} = 8cm$ ہے۔

معلوم: دو مساوی دائرے ہر ایک کا رداس 3cm اور مراکز A اور B ہیں اور $m\overline{AB} = 8cm$

مطلوب: دیئے گئے دائروں کے راست مشترکہ مماس کھینچنا



مراحل عمل:

(i) 8cm کا $\overline{AB}$ کھینچیں
(ii) A اور B کو مرکز مان کر 3cm رداس کے دو مساوی دائرے کھینچیں
(iii) نقطہ A پر $\overline{AB}$ پر عمود $\overleftrightarrow{CD}$ کھینچیں جو دائرے کو نقطہ P اور S پر کاٹتا ہے۔
(iv) نقطہ B پر $\overline{AB}$ پر عمود $\overleftrightarrow{EF}$ کھینچیں جو دوسرے دائرے کو نقطہ Q اور T پر کاٹتا ہے۔
(v) $\overleftrightarrow{PQ}$ اور $\overleftrightarrow{SP}$ کھینچیں
(vi) پس $\overleftrightarrow{PQ}$ اور $\overleftrightarrow{ST}$ دیئے گئے دائروں کے مطلوبہ راست مشترکہ مماس ہیں۔

(b) دو مساوی دائروں کے معکوس مشترکہ مماس یا اندرونی مماس کھینچنا

معکوس مشترکہ مماس (Transverse Common Tangent):
ایک مشترکہ مماس معکوس مشترکہ مماس یا دو دائروں کا اندرونی مماس کہلاتا ہے اگر یہ دیئے گئے دائروں کے مراکز کو ملانے والی قطعہ خط کو قطع کرتا ہے۔
شکل میں PQ دو دیئے گئے دائروں کا معکوس مشترکہ مماس ہے جن کے مراکز A اور B ہیں۔
نوٹ: $\overleftrightarrow{PQ}$ قطع کرتا ہے $\overline{PB}$ کو۔ دو مساوی دائروں کا معکوس مشترکہ مماس کھینچے کا طریقہ مندرجہ ذیل مثال سے واضح کیا گیا ہے۔

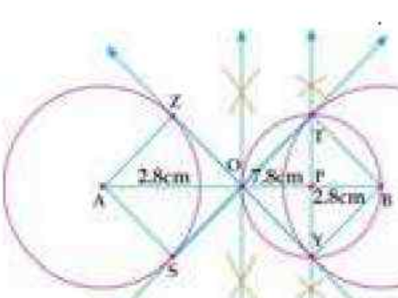
مثال: دو مساوی دائروں کے معکوس مشترکہ مماس کھینچیں جن کے رداس 2.8cm اور مراکز A اور B ہیں جبکہ $m\overline{AB} = 7.8cm$ ہے۔

طریقہ - 1

معلوم: دو دائرے جن کے مراکز A اور B ہیں اور ہر ایک کا رداس 2.8cm جبکہ $m\overline{AB}=7.8cm$ ہے۔

مطلوب: دیئے گئے دائروں کے دو معکوس مشترکہ مماس کھینچنا۔

مراحل عمل:



(i) 7.8cm کا $\overline{AB}$ کھینچیں

(ii) A اور B کو مرکز مان کے 2.8cm رداس کا ہر دائرہ کھینچیں

(iii) $\overline{AB}$ کا عمودی ناصف کھینچیں جو نقطہ O پر اس سے ملتا ہے

(iv) $\overline{OB}$ کا عمودی ناصف کھینچیں جو نقطہ P پر اس سے ملتا ہے

(v) نقطہ P کو مرکز مان کر اور $m\overline{OP}$ کے برابر رداس کا دائرہ کھینچیں جو مرکز B کے دائرے کو نقاط T اور Y پر کاٹتا ہے۔

(vi) $\overline{BT}$ اور $\overline{BY}$ کھینچیں

(vii) سیٹ اسکوائر کی مدد $\overline{AS}||\overline{BT}$ اور $\overline{AZ}||\overline{BY}$ کھینچیں

(viii) $\overleftrightarrow{ST}$ اور $\overleftrightarrow{YZ}$ کھینچیں

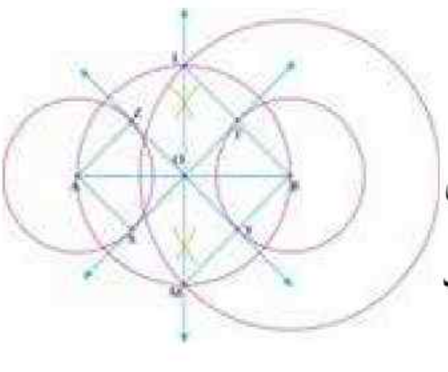
پس $\overleftrightarrow{ST}$ اور $\overleftrightarrow{YZ}$ مطلوبہ معکوس مشترکہ مماس ہیں

طریقہ - 2

معلوم: دو دائرے جن کے مراکز A اور B ہیں اور ہر ایک کا رداس 2.8cm ہے جبکہ $m\overline{AB} = 7.8cm$ ہے۔

مطلوب: دیئے گئے دائروں کے دو معکوس مشترکہ مماس کھینچنا۔

مراحل عمل:



(i) 7.8cm کا $\overline{AB}$ کھینچیں

(ii) A اور B کو مرکز مان کر 2.8cm رداس کا ہر دائرہ کھینچیں

(iii) $\overline{AB}$ کو نقطہ O پر دو برابر حصوں میں تقسیم کریں۔ O کو مرکز مان کر $m\overline{AO}$ کے برابر رداس کا ایک دائرہ کھینچیں۔

(iv) B کو مرکز مان کر اور 5.6cm (2.8cm کا دوگنا) رداس کا دائرہ کھینچیں جو پچھلے دائرے جس کا مرکز O ہے اُس کو نقطہ L اور M پر کاٹتا ہے۔

(v) $\overline{BL}$ اور $\overline{BM}$ کھینچیں جو چھوٹے دائرہ جس کا مرکز B ہے کو بالترتیب نقطہ T اور Y پر کاٹتا ہے۔

(vi) سیٹ اسکوئر کی مدد سے $\overline{AS}||\overline{BT}$ اور $\overline{AZ}||\overline{BY}$ کھینچیں

(vii) $\overleftrightarrow{ST}$ اور $\overleftrightarrow{YZ}$ کھینچیں۔

پس $\overleftrightarrow{ST}$ اور $\overleftrightarrow{YZ}$ مطلوبہ معکوس مشترکہ مماس ہیں

(v) 29.3 کھینچنا

* دو غیر مساوی دائروں کے راست مشترکہ مماس یا بیرونی مماس۔
* دو غیر مساوی دائروں کے معکوس مشترکہ مماس یا اندرونی مماس۔

(a) دو غیر مساوی دائروں کے راست مشترکہ مماس یا بیرونی مماس کھینچنا۔

مندرجہ ذیل مثال دو غیر مساوی دائروں کے راست مشترکہ مماس کھینچنا کا مناسب طریقہ ہے۔

مثال: 3.4cm اور 2.1cm رداس کے دیئے گئے دائروں کے راست مشترکہ مماس کھینچیں جبکہ ان کے مراکز کے درمیان فاصلہ 7.5cm ہے۔

طریقہ - 1

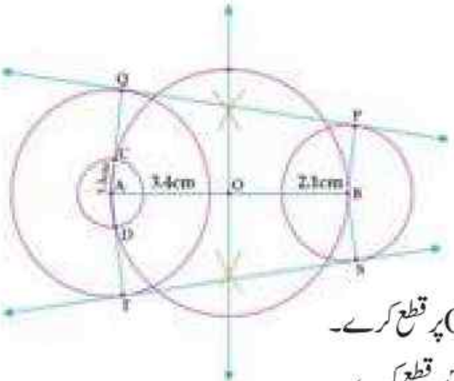
معلوم: A اور B مرکز کے دو دائرے جن کے رداس بالترتیب 3.4cm اور 2.1cm ہیں جبکہ $m\overline{AB} = 7.5cm$

مطلوب: دیئے گئے دائروں کے راست مشترکہ مماس کھینچنا۔

مراحلِ عمل:

(i) 7.5cm کا $\overline{AB}$ کھینچیں۔

(ii) A اور B کو مرکز مان کر بالترتیب 3.4 سنٹی میٹر اور 2.1 سنٹی میٹر رداس کے دو دائرے کھینچیں۔



(iii) $\overline{AB}$ کو نقطہ O پر دو برابر حصوں میں تقسیم کریں۔ O کو مرکز مان کر $m\overline{AO}$ کے برابر رداس کا دائرہ کھینچیں۔

(iv) بڑے دائرے کا مرکز کو مرکز مان کر 1.3 سنٹی میٹر (3.4-2.1=1.3) رداس کا ایک دائرہ کھینچیں جو پچھلے دائرے کو نقاط C اور D پر کاٹتا ہے۔

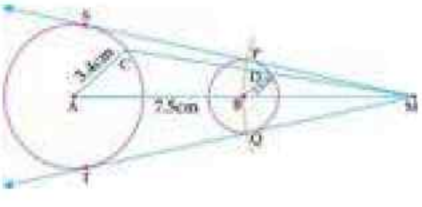
(v) $\overline{AB}$ کھینچیں اور اس قدر بڑھائیں کہ دیئے گئے ہم مرکز دائرے کو نقطہ O پر قطع کرے۔

(vi) $\overline{AO}$ کھینچیں اور اس قدر بڑھائیں کہ دیئے گئے ہم مرکز دائرے کو نقطہ T پر قطع کرے۔

(vii) سیٹ اسکوائر کی مدد سے $\overline{BP} \parallel \overline{AQ}$ کھینچیں اور اس قدر بڑھائیں کہ دیئے گئے ہم مرکز دائرے کو نقطہ O پر قطع کرے۔ اور $\overline{BS} \parallel \overline{AT}$ کھینچیں۔

(viii) $\overleftrightarrow{PQ}$ اور $\overleftrightarrow{ST}$ کھینچیں۔

اب $\overleftrightarrow{PQ}$ اور $\overleftrightarrow{ST}$ مطلوبہ راست مشترکہ مماس ہیں۔



طریقہ - 2

معلوم: A اور B مرکز کے دو دائرے جن کے رداس بالترتیب 3.4cm اور 2.1cm ہیں جبکہ $m\overline{AB} = 7.5cm$۔

مطلوب: دیئے گئے دائروں کے راست مشترکہ مماس کھینچنا۔

مراحلِ عمل:

(i) 7.5cm کا $\overline{AB}$ کھینچیں۔

(ii) A اور B کو سرکزمان کر بالترتیب 3.4cm اور 2.1cm رداس کے دائرے کھینچیں۔

(iii) دائرہ جس کا مرکز A پر نقطہ C لیں اور $\overline{AC}$ کھینچیں

(iv) سیٹ اسکوائر کی مدد سے $\overline{BD}||\overline{AC}$ کھینچیں۔

(v) $\overline{CD}$ کھینچیں اور اسے D کے آگے تک بڑھائیں۔

(vi) $\overline{AB}$ بڑھائیں جو $\overleftrightarrow{CD}$ کو نقطہ M پر قطع کرے۔

(vii) M کو مرکز مان کر اور رداس $m\overline{MB}$ کے برابر ایک قوس کھینچیں۔ جو دائرہ جس کا مرکز B کو نقاط P اور Q پر کاٹتی ہے۔

(viii) $\overline{MP}$ کھینچیں اور اسے اس قدر بڑھائیں کہ دوسرے دائرے پر نقطہ S پر ملے.

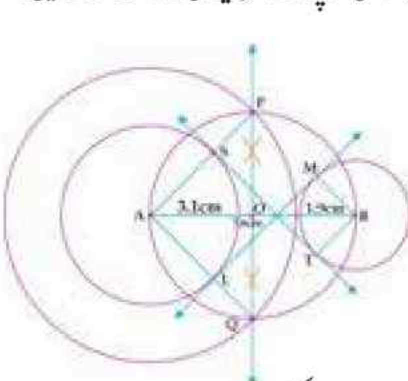
(ix) $\overline{MQ}$ کھینچیں اور اسے اس قدر بڑھائیں کہ دوسرے دائرے پر نقطہ T پر ملے۔

پس $\overleftrightarrow{SP}$ اور $\overleftrightarrow{TQ}$ دیئے گئے دائروں کے مطلوبہ راست مشترکہ مماس ہیں۔

(b) **دو غیر مساوی دائروں کے معکوس مشترکہ مماس یا اندرونی مماس کھینچنا۔**

مندرجہ ذیل مثال کی مدد سے ہم دو غیر مساوی دائروں کے معکوس مشترکہ مماس کھینچنے کے طریقے کی وضاحت کرتے ہیں۔

مثال: دو دائرے کے معکوس مشترکہ مماس کھینچیں جن کے مرکز A اور B رداس 3.1cm اور 1.9cm ہیں جبکہ ان کے مراکز کے درمیان فاصلہ 7.6cm ہے۔



معلوم: دو دائرے جن کے مراکز A اور B بالترتیب رداس 3.1cm اور 1.9cm ہیں اور $m\overline{AB}=7.6cm$

مطلوب: دیئے گئے دائروں کے معکوس مشترکہ مماس کھینچنا۔

مراحلِ عمل:

(i) 7.6cm کے $\overline{AB}$ کھینچیں۔

(ii) A اور B کو مرکز مان کر بالترتیب 3.1cm اور 1.9cm رداس کے دو دائرے کھینچیں۔

(iii) نقطہ O پر $\overline{AB}$ کو دو برابر حصوں میں تقسیم کریں اور O کو مرکز مان کر $m\overline{OA}$ کے برابر رداس کا ایک دائرہ بنائیں۔

(iv) A کو مرکز مان (سب سے بڑے دائرے کا مرکز) اور 5cm (3.1cm+1.9cm=5cm) رداس کا دائرہ کھینچیں جو پچھلی دائرے کو نقاط P اور Q پر کاٹتا ہے۔

(v) $\overline{AP}$ کھینچیں جو سب سے بڑے دائرے کو نقطہ S پر کاٹتا ہے۔

(vi) $\overline{AQ}$ کھینچیں جو سب سے بڑے دائرے کو نقطہ L پر کاٹتا ہے۔

(vii) $\overline{BM}\|\overline{AQ}$ اور $\overline{BT}\|\overline{AP}$ کھینچیں۔

(viii) $\overleftrightarrow{ST}$ اور $\overleftrightarrow{LM}$ کھینچیں

پس $\overleftrightarrow{ST}$ اور $\overleftrightarrow{LM}$ مطلوبہ معکوس مشترکہ مماس ہیں

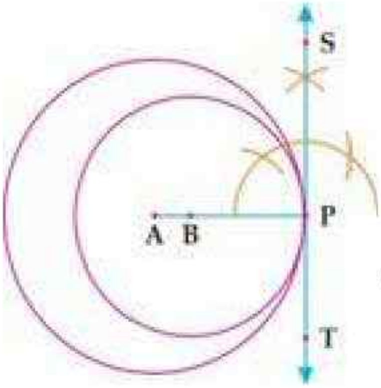
(vi) 29.3

* دو غیر مساوی چھوتے ہوئے دائروں کا مماس کھینچنا۔
* دو غیر مساوی قطع کرتے ہوئے دائروں کا مماس کھینچنا۔

(a) دو غیر مساوی چھوتے ہوئے دائروں کا مماس کھینچنا۔

دو صورتیں ہیں۔

صورت نمبر 1: جب دائرے اندرونی طور پر چھوتے ہیں



طریقے کی وضاحت مندرجہ ذیل مثال سے کی گئی ہے۔

مثال: 3 سنٹی میٹر اور 2 سنٹی میٹر رداس کے دو غیر مساوی دائریں کا مماس کھینچیں جن مراکز بالترتیب A اور B ہیں۔ جبکہ دائر کے اندرونی طور پر چھوتے ہیں۔

معلوم: مرکز A اور B کے دو دائرے جن کے رداس بالترتیب 3 سنٹی میٹر اور 2 سنٹی میٹر ہیں جو اندرونی طور پر چھوتے ہیں۔

مطلوب: ان دو دائروں کا مماس کھینچنا۔

مراحل عمل: (i) نقطہ A کو مرکز مان کر 3 سنٹی میٹر کے بڑا دائرہ کھینچیں۔

(ii) دائرے پر کوئی نقطہ P لیں اور $\overline{AP}$ کھینچیں۔

(iii) $\overline{AP}$ پر نقطہ P سے 2 سنٹی میٹر کے فاصلہ پر ایک نقطہ B لیں۔

(iv) نقطہ B کو مرکز مان کر 2 سنٹی میٹر رداس کا دائرہ کھینچیں جو بڑے دائرے کو نقطہ P پر چھوتا ہے۔

(v) $\overline{AP}$ پر ایک عمود $\overleftrightarrow{ST}$ نقطہ P پر کھینچیں۔

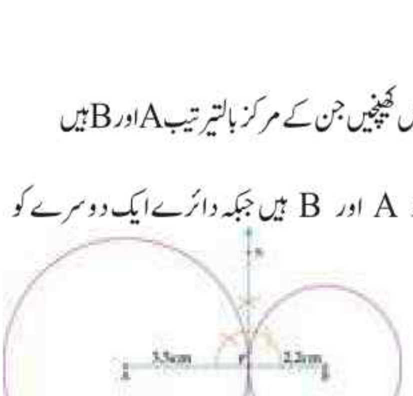
پس $\overleftrightarrow{ST}$ مطلوبہ مماس ہے۔

صورت 2: جب دائرے بیرونی طور پر چھوٹے ہیں

طریقے کی وضاحت مندرجہ ذیل مثال سے کی گئی ہے۔

مثال: 3.5 سنٹی میٹر اور 2.2 سنٹی میٹر رداس کے دو غیر مساوی دائروں کا مماس کھینچیں جن کے مرکز بالترتیب A اور B ہیں دونوں دائرے ایک دوسرے کو بیرونی طور چھوٹے ہیں

معلوم: 3.5 سنٹی میٹر اور 2.2 سنٹی میٹر رداس کے دو دائرے جن کے مرکز A اور B ہیں جبکہ دائرے ایک دوسرے کو بیرونی طور پر چھوٹے ہیں۔



مطلوب: ان دو دائروں کا مماس کھینچنا۔

مراحل عمل:

(i) A, B کو مرکز مان کر 3.5 سنٹی میٹر کا دائرہ کھینچیں۔

(ii) دائرے پر نقطہ P لیں۔

(iii) $\overline{AP}$ کھینچیں اور اسے نقطہ B تک بڑھائیں اس طرح سنٹی میٹر $m\overline{PB}=2.2$

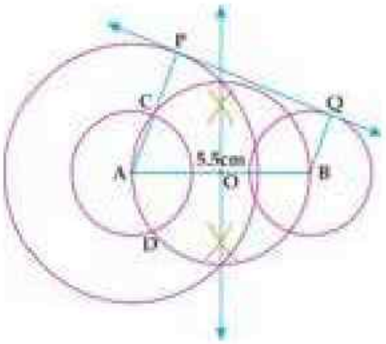
(iv) P کو مرکز مان کر 2.2 سنٹی میٹر رداس کی ایک دائرہ کھینچیں جو پہلے دائرے کو نقطہ P پر چھوتا ہے۔

(v) $\overline{AP}$ پر نقطہ P پر طور $\overleftrightarrow{ST}$ کھینچیں.

پس $\overleftrightarrow{ST}$ مطلوبہ مماس ہے۔

(b) دو غیر مساوی قطع کرتے ہوئے دائروں کا مماس کھینچنا۔

طریقے کی وضاحت مندرجہ ذیل مثال سے کی گئی ہے۔



مثال: 4 سنٹی میٹر اور 2 سنٹی میٹر رداس کے دو غیر مساوی قطع کرتے ہوئے دائرے کا مماس کھینچنا جن کے مرکز بالترتیب A اور B ہیں اس طرح کہ $mAB = 5.5$ سنٹی میٹر

معلوم: 4 سنٹی میٹر اور 2 سنٹی میٹر رداس کے دو غیر مساوی قطع کرتے ہوئے دائرے جن کے مراکز بالترتیب A اور B ہیں اور $m\overline{AB} = 5.5$ سنٹی میٹر

مطلوب: دونوں دائروں کا مماس کھینچنا۔

مراحل عمل:

(i) 5.5 سنٹی میٹر کا $\overline{AB}$ کھینچیں۔

(ii) A اور B کو مرکز مان کر بالترتیب 4 سنٹی میٹر اور 2 سنٹی میٹر رداس کے دائرے کھینچیں

(iii) A کو مرکز مان کر (بڑے دائرے کا مرکز) 2 سنٹی میٹر (2 سنٹی میٹر - 4 سنٹی میٹر = 2 سنٹی میٹر) رداس کا دائرہ کھینچیں۔

(iv) $\overline{AB}$ کو نقطہ O پر دو برابر حصوں میں تقسیم کریں۔ O کو مرکز مان کر $m\overline{AO}$ کے برابر رداس کا دائرہ کھینچیں جو مرکز A کے چھوٹے دائرے کو نقطہ C اور D پر کاٹتا ہے

(v) $\overline{AC}$ کھینچیں اور اسے اس قدر بڑھائیں کہ یہ بڑے باہم مرکز دائرے کو جس کا مرکز A ہے اور نقطہ P پر ملے۔

(vi) سیٹ اسکوائر کی مدد سے $\overline{BQ}||\overline{AP}$ کھینچیں۔

(vii) $\overline{PQ}$ کھینچیں۔ پس $\overline{PQ}$ مطلوبہ مماس ہے۔

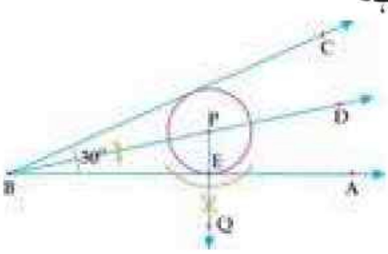
29.3 (vii) دائرہ کھینچنا جو چھوتا ہو۔

* دیے گئے زاویہ کے دونوں بازوں کو
* دو متقاطع خطوط کو اور ان کے درمیاں دیے گئے نقطہ میں گذرے
* تین متقاطع خطوط کو

(a) دائرہ کھینچنا جو دیے کے زاویہ کے دونوں بازوں کو چھوتا ہے

مندرہ ذیل دی گئی مثال سے دائرہ کھینچنے کی وضاحت کرتے ہیں جو دیئے گئے زاویہ کے دونوں بازوں کو چھوتا ہے۔

مثال: دائرہ کھینچنا جو 30^o کی پیائش کا زاویہ ABC کے دونوں بازوں چھوتا ہے۔



معلوم: 30^o کی پیائش کا زاویہ ABC

مطلوب: دائرہ کھینچنا جو زاویے کے دونوں بازوں کو چھوتا ہے

مراحل عمل:

(i) 30^o کا زاویہ ABC کھینچیں

(ii) ABC∠ پر کوئی نقطہ $\overrightarrow{BD}$ لیں

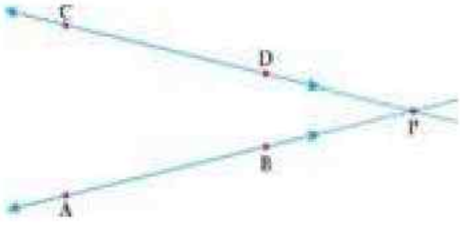
(iii) $\overrightarrow{BD}$ پر کوئی نقطہ P لیں

(iv) نقطہ P سے، $\overrightarrow{BA}$ کھینچیں جو اسے نقطہ E پر کاٹتا ہے۔

(v) P کو مرکز مان کر $m\overline{PE}$ کے برابر رداس کا دائرہ کھینچیں جو $\overrightarrow{BA}$ اور $\overrightarrow{BC}$ کو چھوتا ہے۔

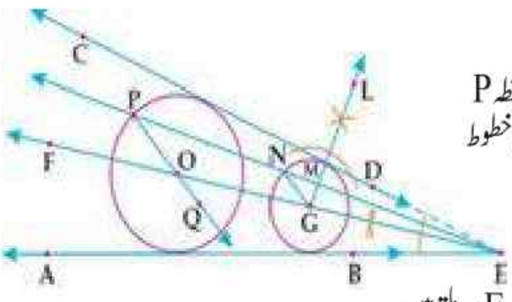
یہ دائرہ مطلوبہ دائرہ ہے۔

(b) دائرہ کھینچنا جو دو ہم نقطہ خطوط کو چھوتے اور ان کے درمیان دیئے گئے نقطے سے گزرے۔



ہم نقطہ خطوط/ملاتی خطوط (Converging Lines):

دو یا دو سے زیادہ خطوط جو ایک دوسرے کے قریب سے قریب تر ہوتے جاتے ہیں اور آخر کار ایک نقطے پر مل جاتے ہیں ہم نقطہ خطوط/ملاتی خطوط کہلاتے ہیں۔ متعلقہ شکل میں دو خطوط $\overline{AB}$ اور $\overline{CD}$ ہم نقطہ خطوط ہیں اور وہ آخر میں نقطہ P پر ملتے ہیں۔



مثال: ایک دائرہ کھینچیں جو ہم نقطہ خطوط ملاتی خطوط کے درمیاں نقطہ P سے گذرتا ہے اور دونوں خطوط کو چھوٹا ہے۔

معلوم: دو ہم نقطہ خطوط $\overline{AB}$ اور $\overline{CD}$ اور ان دونوں کے درمیان نقطہ P

مطلوب: ایک دائرہ کھینچیں جو نقطہ P سے گذرتا ہے اور دی گئی ہم نقطہ خطوط ملاتی خطوط کو چھوتا ہے۔

مراحل عمل:

(i) دو ہم نقطہ خطوط/ملاتی خطوط $\overline{AB}$ اور $\overline{CD}$ کھینچیں جو نقطہ E پر ملتے ہیں

(ii) ان خطوط کے درمیان کوئی ایک نقطہ P لیں

(iii) $\angle E$ کا اندرونی ناصف $\overline{EF}$ کھینچیں

(iv) $\overline{EF}$ پر کوئی نقطہ G لیں

(v) نقطہ G سے $\overline{EC}$ پر عمود نقطہ M ملتا ہوا ایک عمود $\overline{GC}$ کھینچیں۔

(vi) G کو مرکز مان کر اور $m\overline{GM}$ کے برابر رداس کا دائرہ کھینچیں جو دونوں ہم نقطہ خطوط/ملاقاتی خطوط کو چھوتا ہے

(vii) $\overline{EP}$ کھینچیں جو اس دائرے کو نقطہ N پر کاٹتا ہے

(viii) $\overline{NG}$ کھینچیں اور $\overleftrightarrow{PQ} \parallel \overline{NG}$ بھی کھینچیں

(ix) $\overline{PQ}$ نقطہ O پر $\overline{EF}$ کو کاٹتا ہے

(x) O کو مرکز مان کر ایک دائرہ $m\overline{OP}$ کے برابر رداس کا کھینچیں جو لفظ P سے گذرتا ہے اور دو ہم نقطہ خطوط کو چھوتا ہے۔

پس یہ مطلوبہ دائرہ ہے۔

(c) ایک دائرہ کھینچنا جو تین ہم نقطہ خطوط/ملاتی خطوط کو چھوتا ہے۔

ایک مستوی میں تین ہم نقطہ خطوط کو چھوتا ہوا دائرہ کھینچنا نہ ممکن ہے تاہم یہ خلا میں ممکن ہے جو اس کتاب کا مقصد نہیں ہے۔

مشق 29.5

1. دو مساوی دائرے کھینچیں ہر ایک کا رداس 3.3 سنٹی میٹر ہے اور مرکز A اور B ہیں جبکہ سنٹی میٹر $m\overline{AB} = 7.8$
   (a) ان دائروں کے راست مشترکہ مماس کھینچیں
   (b) ان دائروں کے معکوس مشترکہ مماس کھینچیں
2. 3.3 سنٹی میٹر اور 2.1 سنٹی میٹر دو غیر مساوی دائرے کھینچیں جس کے مرکز بالترتیب A اور B ہیں جبکہ $8=m\overline{AB}$ سنٹی میٹر ہے
   (a) ان دائروں کے راست مشترکہ مماس کھینچیں۔
   (b) ان دائروں کے معکوس مشترکہ مماس کھینچیں۔
3. 3.8 سنٹی میٹر اور 2.2 سنٹی میٹر رداس کے دو غیر مساوی دائروں کا مماس کھینچیں جن کے مرکز بالترتیب A اور B ہیں جبکہ
   (i) دائرے اندرونی طور پر چھوتے ہیں
   (ii) دائرے بیرونی طور پر چھوتے ہیں
   (iii) ایک دوسرے کو قطع کرتے ہوئے دائرے اور سنٹی میٹر $m\overline{AB}=5.6$
4. دائرہ کھینچیں جو زاویے کے دونوں بازوں کو چھوتا ہے زاویے کی پیائش (i) 35° (ii) 40°
5. دائرہ کھینچیں جو ہم نقطہ خطوں / ملاقاتی خطوط PQ اور ST کے درمیاں نقد M سے گذرتا ہے اور جبکہ دونوں خطوط کو چھوتا بھی ہے۔

اعادہ مشق 29

درست جواب پر (✓) کا نشان لگائیں

(i) غیر متوازی ________ کا عمودی ناصف دائرے کے مرکز پر قطع کرتا ہے۔
(a) رداس قطعات (b) وتر (c) مماس (d) ان میں کوئی نہیں

(ii) ________ دائرے ایک نقطے سے گذر سکتے ہیں
(a) ایک (b) دو (c) تین (d) لامتناہی

(iii) ________ دائرے غیر ہم خط نقاط سے گذر سکتے ہیں
(a) ایک (b) دو (c) تین (d) لامتناہی

(iv) منظم کثیر الاضلاع کے ________ زاویے پیائش میں برابر ہوتے ہیں۔
(a) اندرونی (b) بیرونی (c) a اور b دونوں (d) ان میں کوئی نہیں

(v) منظم مسدس کا ہر اندرونی زاویہ پیاش میں ________ برابر ہوتا ہے۔
(a) 90° (b) 108° (c) 120° (d) 135°

(vi) ایک دائرہ مثلث کی تمام اطراف کو چھوتا ہے ________ کہلاتا ہے
(a) محاصر (b) محور (c) جانبی (d) تین دائرے (Tricircle)

(vii) ایک جو دائرے کی ایک بیرونی ضلع کو چھوٹا ہے اور بڑھی ہوئی اندرونی اضلاع کو جھوتا ہے ________ کہلاتا ہے۔
(a) جانبی (b) محاصر (c) محمور (d) تین دائرے (Tricircle)

(viii) محمور دائرے کا مرکز ________ کہلاتا ہے
(a) جانبی مرکز (b) محمور مرکز (c) مرکز نما (d) عمودی مرکز

(ix) ایک مثلث کے اضلاع کے عمودی ناصف ایک دوسرے کو ____________ پر قطع کرتے ہیں

(a) محصور مرکز (b) جانبی مرکز (c) مرکز نما (d) محاصر مرکز

(x) ایک مثلث کے زاویوں کا اندرونی ناصف کا نقطہ قطع ____________ کہلاتا ہے

(a) جانبی مرکز (b) محاصر مرکز (c) مرکز نما (d) محصور مرکز

(xi) اگر دائرے کا محصور منظم مسدس ہے تو مسدس کے ہر ضلع کی لمبائی دائرے کے رداس کے ______ ہے

(a) $<$ (b) $>$ (c) $=$ (d) $\leq$

(xii) مماس اور رداسی قطعہ کے درمیان نقط ملاپ پر زاویہ ____________ ہوگا

(a) قائمہ (b) منفرجہ (c) حادہ (d) عکسی زاویہ

(xiii) دائرے کا مرکزی زاویہ جو نقاط ملاپ کو ملاتا ہے۔ مماس کے درمیانی زاویے ____________ ہوتا ہے

(a) مربع (b) مکعب (c) سپلیمینٹ (d) کمپلیمینٹ

(xiv) ____________ مشترکہ مماس دائروں کے مرکز کو ملانے والی قطہ خط کو قطع نہیں کرتے ہیں

(a) اندرونہ (b) معکوس (c) براہ راست (d) عمودی

(xv) دو مساوی دائروں کے راست مشترکہ مماس ____________ ہوتے ہیں

(a) متقاطع (b) منطبق (c) برابر (d) متوازی

(xvi) مساوی دائروں کے ____________ مشترکہ مماس دائروں کے مراکز کو ملانے والے قطعہ خط وسطی نقطے پر قطع کرتے ہیں۔

(a) راست (b) معکوس (c) بیرونہ (d) متوازی

(xvii) اگر 5 سنٹی میٹر اور 2 سنٹی میٹر رداس کے دو دائرے ایک دوسرے کو بیرونی طور پر چھوتے ہیں تو ان کے مراکز کے درمیان فاصلہ ____________ ہوتا ہے

(a) 5 سنٹی میٹر (b) 10 سنٹی میٹر (c) 3 سنٹی میٹر (d) 7 سنٹی میٹر

(xviii) اگر 5 سنٹی میٹر اور 2 سنٹی میٹر رداس کے دو دائرے ایک دوسرے کو اندرونی طور پر چھوتے ہیں تو ان کے مراکز کے درمیان فاصلہ ____________ ہوتا ہے

(a) 5 سنٹی میٹر (b) 10 سنٹی میٹر (c) 3 سنٹی میٹر (d) 7 سنٹی میٹر

(xix) دو یا دو سے زیادہ یا ہم نقطہ خطوط ہمیشہ ایک دوسرے کو قطع ____________ کرتیں ہیں

(a) ایک نقطہ (b) دو نقاط (c) ایک سے زیادہ نقطے (d) ان میں سے کوئی نہیں

(xx) تین یا تین سے زیادہ بند اطراف شکل ____________ کہلاتی ہے

(a) مخمس (b) مسدس (c) صبع (d) کثیر الاضلاع

خلاصہ

- دائرے کا مرکز متعین کیا جا سکتا ہے دو غیر متوازی وتروں کے عمودی ناصف کھینچ کر جو ایک دوسرے کو مرکز پر ملاتے ہیں
- تین غیر ہم خط نقاط سے صرف ایک دائرہ کھینچا جا سکتا ہے
- مرکز معلوم کئے بغیر ایک دائرہ مکمل کیا جا سکتا ہے۔ منتظم اکثیر الاضلاع کی مدد سے جب ایک دی گئی ہو محاصر دائرہ ہمیشہ کسی اکثر اضلاع کے تمام راسوں سے گذرتا ہے
- مثلث کا محصور مثلث ہمیشہ تمام اضلاع کو چھوتا ہے
- ایک مثلث کا جانبی دائرہ مثلث کے ایک ضلع بیرونی طور پر چھوٹا ہے اور دو بڑھائے گئے اضلاع کو اندرونی طور پر ہے
- ایک مثلث کے تین جانبی دائرے بنائے جا سکتے ہیں
- مماس ایک خط جو دائرے کو صرف ایک نقطے کو چھوتا ہے
- قاطع ہمیشہ دائرے کو دو نقاط پر کاٹتا ہے
- دائرے کا مماس ہمیشہ رداسی قطعہ پر نقطہ ملاپ پر عمود ہوتا ہے
- محیط کے ایک نقطے سے صرف اور صرف دائرے کا ایک مماس کھینچا جا سکتا ہے
- دائرے کے باہر کسی نقطے سے صرف اور صرف دائرے کے دو مماس کھینچے جا سکتے ہیں
- دائرے کے مرکزی زاویہ جو نقاط ملاپ کو ملاتا ہے مماس کے درمیاں زاوے کا سپلیمینٹ ہوتا ہے
- اگر ایک خط ایک سے زیادہ دائروں پر مماس ہے یہ مشترکہ مماس کہلاتا ہے
- راست مشترکہ مماس دیئے گئے دو دائروں کے مراکز کو ملانے والے قطعہ خط کو قطع نہیں کرتا ہے
- معکوس مشترکہ مماس دیئے گئے دو دائروں کے مراکز کو ملانے والے قطعہ خط ہمیشہ قطع کرتا ہے
- اگر دو دائرے ایک دوسرے کو بیرونی طور پر چھوتے ہیں تو ان کے مراکز کے درمیاں فاصلہ ان کے رداسوں مجموعہ کے برابر ہوتا ہے
- اگر دو دائرے ایک دوسرے کو اندرونی طور پر چھوتے ہیں تو ان کے مراکز کے درمیان فاصلہ ان کے رداسوں درمیان فرق کے برابر ہوتا ہے
- باہم نقطہ خطوط ایک دوسرے کے قریب سے قریب تر سوتے ہو جاتے ہیں اور آخر کار ایک نقطہ پر مل جاتے ہیں۔