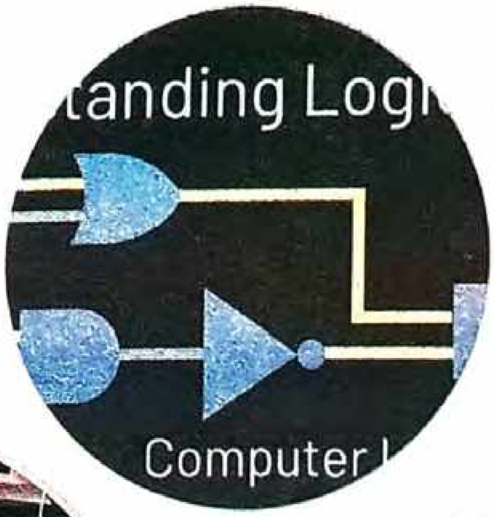
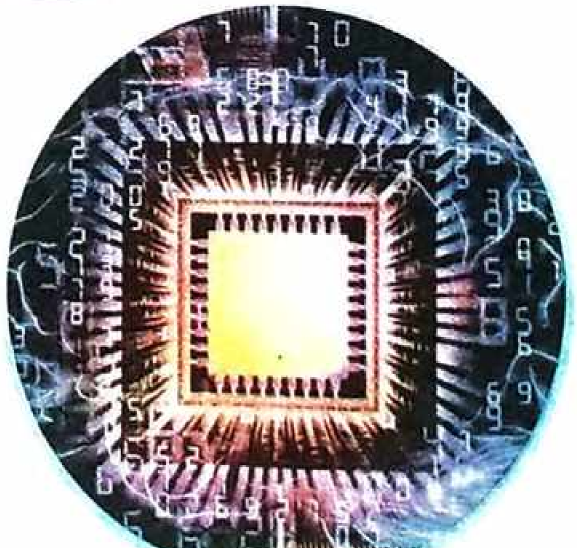
باب نمبر
6

کمپیوٹر لاجک اور لاجک گیٹس

اس باب کی تکمیل کے بعد طلبہ اس قابل ہو جائیں گے کہ وہ:

- لوپ (Loop) کی ساخت تفصیل سے بیان کر سکیں۔
- ***for*** لوپ کی ساخت جان کر اس کا استعمال کر سکیں۔
- ***while*** لوپ کی ساخت جان کر اس کا استعمال کر سکیں۔
- ***do-while*** لوپ کی ساخت جان کر اس کا استعمال کر سکیں
- break اور continue سٹیٹمنٹس کے استعمال کو تفصیل سے بیان کر سکیں۔
- لوپ کی تمام اقسام میں فرق بیان کر سکیں۔
- نیسٹڈ (Nested) لوپ کے تصور کی وضاحت کر سکیں۔
- باب نمبر 1 میں زیر بحث فلو چارٹس کے لئے کوڈ لکھ سکیں۔

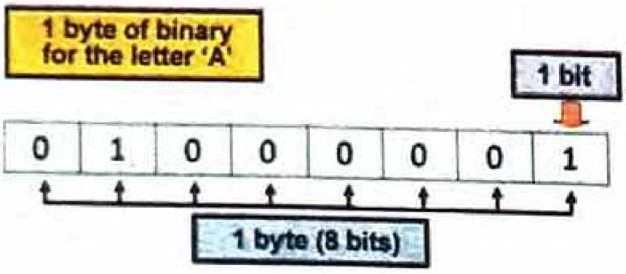




NOT FOR SALE

6.1 کمپیوٹر میں ڈیٹا کا اظہار (Data Representation in a Computer)

ڈیٹا درحقیقت خام اعداد و شمار کا نام ہے۔ ڈیٹا کو حقائق، تصورات یا ہدایات کی نمائندگی کے طور پر بیان کیا جاسکتا ہے جو باقاعدہ انسانی یا الیکٹرانک مشین کے ذریعہ مواصلات، تشریح یا پروسیسنگ کے لئے موزوں ہونا چاہئے۔ ڈیجیٹل کمپیوٹرز میں، یوزر ان پٹ کو پہلے الیکٹریکل پلس (Electrical Pulse) کے طور پر تبدیل اور منتقل کیا جاتا ہے جس کی نمائندگی دو منفرد حالتیں آن (On) اور آف (Off) کر سکتی ہیں۔ "آن حالت" کو "1" اور آف حالت کو "0" سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ آن اور آف کے تسلسل سے بجلی کے سگنل بنتے ہیں جن کو کمپیوٹر سمجھ سکتا ہے۔ بائنری نمبر سسٹم میں ایک ہندسے کو بٹ (Bit) اور آٹھ بٹس کے امتزاج کو بائٹ (Byte) کہتے ہیں۔



بائٹ کمپیوٹر میموری کا بنیادی یونٹ ہے جو ڈیٹا کی نمائندگی کے لئے استعمال ہوتا ہے۔ ایک بائٹ ڈیٹا کے ایک کیریکٹر کو ظاہر کرتا ہے۔ یہ ایک حرف تہجی، کوئی عدد یا کوئی مخصوص علامت ہو سکتی ہے۔ ڈیٹا انہی حروف تہجی، اعداد اور علامات کا مجموعہ ہے جنہیں کسی خاص مقصد کے تحت اکٹھا کیا جاتا ہے۔

مثال کے طور پر، جب حرف A کمپیوٹر میں ان پٹ کیا جاتا ہے تو اسے پہلے بائنری کوڈ یعنی 01000001 میں تبدیل کیا جاتا ہے۔ اسی طرح باقی تمام حروف بھی کمپیوٹر کو پروسیسنگ کے لئے فراہم کیے جاتے ہیں۔

6.2 لاجک گیٹس (Logic Gates)

لاجک گیٹس ڈیجیٹل کمپیوٹر کی ساخت کی بنیادی اکائی ہیں۔ لاجک گیٹس وولٹیج کی دو حدوں کے درمیان چلتے ہیں اور ڈیجیٹل سگنلوں جو بائنری ڈجٹس 0 اور 1 سے ظاہر کیے جاتے ہیں، لاجک گیٹس / لاجیکل پروسیسنگ اور ایک بائنری آؤٹ پٹ 0 یا 1 حاصل کرنے کے لئے استعمال کیے جاتے ہیں۔ آسان الفاظ میں، لاجک گیٹس ڈیجیٹل سسٹم میں الیکٹرانک سرکٹس ہیں۔

6.2.1 ڈیجیٹل لاجک اور لاجک گیٹس (Digital Logic and Logic Gates)

ڈیجیٹل لاجک ڈیجیٹل سرکٹس بنانے کے لئے استعمال ہوتے ہیں جن میں بہت سارے لاجک گیٹس شامل ہوتے ہیں۔

لاجک گیٹ ایک ایسا الیکٹرانک آلہ ہے جو ڈیجیٹل سرکٹس کے لئے بلڈنگ بلاک کا کام کرتا ہے۔ لاجک گیٹس بنیادی لاجیکل افعال سرانجام دیتے ہیں جو ڈیجیٹل سرکٹس کی بنیاد ہیں۔ آج کل زیادہ تر الیکٹرانک آلات کے اندر لاجک گیٹس ہی کا استعمال کیا جاتا ہیں۔ مثال کے

NOT FOR SALE

طور پر، لاجک گیٹس اسمارٹ فونز، ٹیبلٹس یا میموری آلات میں موجود ٹیکنالوجیز میں استعمال کیے جاتے ہیں۔

ایک سرکٹ میں، لاجک گیٹس اپنی اِن پُٹ سے منتقل ہونے والے ڈیجیٹل سگنلوں کی بنیاد پر فیصلے کرتے ہیں۔ زیادہ تر لاجک کی دو یا دو سے زیادہ اِن پُٹ ہوتی ہیں اور ایک اکیلی آؤٹ پُٹ فراہم کرتا ہے جو Low یا High ہوتی ہے۔ لاجک گیٹس بنیادی طور پر الجبرا پر مبنی ہوتے ہیں۔ ہر ٹرمینل دو بائنری حالتوں True یا False میں سے ایک پر مشتمل ہوتا ہے۔ False کو 0 سے اور True کو ظاہر کیا جاتا ہے۔ لاجک گیٹ کو لائٹ سوئچ سے تشبیہ دی جاسکتی ہے، جس میں ایک حالت آف (0) اور دوسری آن (1) ہوتی ہے طور پر انٹیگریٹڈ سرکٹس (CI) میں لاجک گیٹس استعمال ہوتے ہیں۔

6.2.2 بنیادی لاجک گیٹس (Basic Logic Gates)

ہر سنگل لاجک گیٹس کے بنیادی عوامل کو عام حسابی عمل جمع (Addition) اور ضرب (Multiplication) کی طرح آ سے سمجھا جاسکتا ہے۔ لاجک گیٹ کی بنیاد پر، مختلف لاجیکل آپریشنز کی آؤٹ پُٹ مختلف ہوتی ہیں۔ ہر لاجک گیٹ ایک ٹروتھ ٹیبل کی پیـ کرتا ہے جو اِن پُٹ اور متعلقہ حاصل شدہ آؤٹ پُٹ کے ممکنہ امتزاج فراہم کرتا ہے۔

ڈیجیٹل سسٹمز میں آپریشن انجام دینے میں کئی بنیادی لاجک گیٹس استعمال کیے جاتے ہیں۔ AND، OR اور NOT تین بنی گیٹس ہیں کیونکہ یہی تین گیٹس مختلف قسم کے دوسرے پیچیدہ گیٹس بنانے کے لئے استعمال ہوتے ہیں۔

AND گیٹ

AND گیٹ ایک لاجیکل گیٹ ہے جس میں دو یا دو سے زیادہ اِن پُٹ اور ایک اکیلی آؤٹ پُٹ ہوتی ہے۔ AND گیٹ لاجـ ضرب کے اصولوں پر کام کرتا ہے۔ AND گیٹ کی آؤٹ پُٹ صرف اُس وقت High یعنی 1 ہو گی جب اسکی تمام اِن پُٹس gh ہونگی۔ (یعنی اگر ایک اِن پُٹ بھی Low یا 0 ہو گی تو آؤٹ پُٹ Low ہو گی)۔ AND گیٹ میں کسی بھی طرح کی اِن پُٹ ہو سکتی ہیں، 2 پُٹس اور 3 اِن پُٹس والے گیٹ سب سے عام ہیں۔

اگر A اور B دو اِن پُٹ ہیں، تو آؤٹ پُٹ Y کو ریاضی کے مطابق ہم ایسے ظاہر کر سکتے ہیں Y = A.B یہاں پر ڈاٹ (.) ND کے عمل کو ظاہر کر رہا ہے۔ AND گیٹ کو درج ذیل علامت سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

علامت:

شکل نمبر 6.1 دو اِن پُٹ والا AND گیٹ

جبکہ A، B اور Y بائنری ویری ایبلز ہیں۔

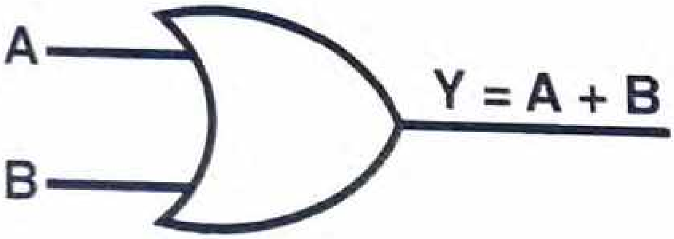
NOT FOR SALE

OR گیٹ

OR گیٹ ایک لاجک گیٹ ہے جو لاجیکل جمع کے لیے استعمال ہوتا ہے۔ لاجیکل OR آپریشن کی آؤٹ پٹ صرف اُس صورت میں High (1) ہوگی جب اس کی کوئی ایک اِن پٹ High ہو (یعنی اگر ایک ہی ان پٹ High ہو تو آؤٹ پٹ High ہوگی) اور اگر کوئی ایک اِن پٹ بھی High نہیں ہے تو، آؤٹ پٹ Low (0) کے نتائج برآمد ہوں گے۔

اگر A اور B دو اِن پٹ ہیں، تو آؤٹ پٹ Y کو ریاضی کے مطابق ہم ایسے ظاہر کر سکتے ہیں Y = A + B یہاں پلس سائن (+) OR عمل کی نشاندہی کرتا ہے۔ OR گیٹ کی نمائندگی مندرجہ ذیل علامت سے ہوتی ہے۔

علامت:



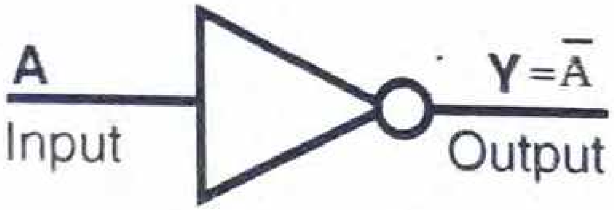
شکل نمبر 6.2 دو اِن پٹ والا OR گیٹ

NOT گیٹ

NOT گیٹ کا استعمال کسی بھی اِن پٹ ویلیو کو معکوس (Reverse) کرنے کے لئے استعمال کیا جاتا ہے۔ یہ ایک ایسا گیٹ ہے جس کی آؤٹ پٹ اِن پٹ کے اُلٹ ہوتی ہے۔ NOT گیٹ ایک اِن پٹ لیتا ہے اور ایک ہی آؤٹ پٹ دیتا ہے۔ اگر NOT گیٹ میں ان پٹ '0' ہے تو آؤٹ پٹ '1' ہوگا۔ اگر اِن پٹ '1' ہے تو آؤٹ پٹ '0' ہوگا۔

NOT گیٹ چونکہ اِن پٹ کو معکوس کر دیتا ہے اس لیے اسے انورٹر (Inverter) بھی کہا جاتا ہے۔

A اِن پٹ ہے اور Y، NOT گیٹ کا آؤٹ پٹ ہے، NOT گیٹ کا بلاک ڈایاگرام یا منطق ڈایاگرام درج ذیل ہے:



شکل نمبر 6.3 NOT گیٹ

6.2.3 ٹروتھ ٹیبل (Truth Table)

یہ ایک ٹیبل ہے جس میں اِن پٹ ویلیوز اور ان کے مطابق آؤٹ پٹ ویلیوز کے تمام ممکنہ امتزاج کو لکھا ہوتا ہے۔ اگر ان پٹ ویری ایبلز کی تعداد n ہو تو اِن پٹ کے کل 2 ممکنہ امتزاج ہوں گے۔ ٹروتھ ٹیبل کا استعمال بولین فنکشن یا ایکسپریشن یا لاجک گیٹس کے تمام ممکنہ امتزاج کی نمائندگی کرنے کے لئے کیا جاتا ہے۔ بولین فنکشن / ایکسپریشن بولین ویری ایبل، کانسٹنٹ اور بولین آپریٹرز کا مجموعہ ہے۔

NOT FOR SALE

ایک ٹروتھ ٹیبل میں درج ذیل خصوصیات ہونی چاہئیں۔

- ٹروتھ ٹیبل قطاروں اور کالموں پر مشتمل ہوتا ہے۔
- یہ ڈیجیٹل لاجک سرکٹ کی اِن پُٹ اور آؤٹ پُٹ کے درمیان ربط یا تعلق کو ظاہر کرتا ہے۔
- یہ LOW کے لئے 0 اور HIGH کے لئے 1 کا استعمال کرتے ہوئے اِن پُٹ کے ہر ممکنہ امتزاج کو ظاہر کرتا ہے۔
- تمام ممکنہ اِن پُٹس کو بائیں کالم اور آؤٹ پُٹ کو سب سے دائیں کالم میں دکھایا جاتا ہے۔
- اِن پُٹ والے کالم کو بائنری نمبر کی ترتیب میں اس طرح لکھا جاتا ہے تا کہ اِن پُٹ کے نمبر کو ظاہر کیا جا سکے جس میں اِن پُٹ کی تعداد کے برابر متعدد بٹس ہوتے ہیں۔ مثال کے طور پر، 2 اِن پُٹ کے لئے، ممکنہ امتزاج 4 = 2 ہوں گے۔ 3 اِن پُٹ کے لیے ممکنہ امتزاج 8 = 2 ہوں گے، وغیرہ۔

AND، OR اور NOT کے لیے ٹروتھ ٹیبل

2 اِن پُٹ والے AND گیٹ کا ٹروتھ ٹیبل

فرض کیا X اور Y دو اِن پُٹ ہیں اور F ایک AND گیٹ سے آؤٹ پُٹ ہے، اسی طرح AND گیٹ کا ٹروتھ ٹیبل درج ذیل ہے۔

اِن پُٹ		آؤٹ پُٹ
X	Y	F=X.Y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

جدول نمبر 6.1 دو اِن پُٹ والے AND گیٹ کا ٹروتھ ٹیبل

3 اِن پُٹ والے AND گیٹ کا ٹروتھ ٹیبل

فرض کیا X، Y اور Z تین اِن پُٹ ہیں اور F ایک AND گیٹ سے آؤٹ پُٹ ہے، اس طرح AND گیٹ کا ٹروتھ ٹیبل درج ذیل ہے۔

اِن پُٹ			آؤٹ پُٹ
X	Y	Z	F=X.Y.Z
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

جدول نمبر 6.2 تین اِن پُٹ والے AND گیٹ کا ٹروتھ ٹیبل

NOT FOR SALE

2 اِن پُٹ والے OR گیٹ کا ٹروتھ ٹیبل

فرض کیا X اور Y دو اِن پُٹ ہیں اور F ایک OR گیٹ سے آؤٹ پُٹ ہے، ٹروتھ ٹیبل درج ذیل ہے۔

اِن پُٹ		آؤٹ پُٹ
X	Y	F=X+Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

جدول نمبر 6.3 دو اِن پُٹ والے OR گیٹ کا ٹروتھ ٹیبل

3 اِن پُٹ والے OR گیٹ کا ٹروتھ ٹیبل

فرض کیا X، Y اور Z تین اِن پُٹ ہیں اور F ایک OR گیٹ سے آؤٹ پُٹ ہے، پھر OR گیٹ کا ٹروتھ ٹیبل درج ذیل ہے۔

3 اِن پُٹ والے OR گیٹ کا ٹروتھ ٹیبل

اِن پُٹ			آؤٹ پُٹ
X	Y	Z	F=X+Y+Z
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

جدول نمبر 6.4 تین اِن پُٹ والے OR گیٹ کا ٹروتھ ٹیبل

NOT گیٹ کا ٹروتھ ٹیبل

اِن پُٹ	آؤٹ پُٹ
X	$F=\overline{X}$
0	1
1	0

جدول نمبر 6.5 NOT گیٹ کا ٹروتھ ٹیبل

NOT FOR SALE

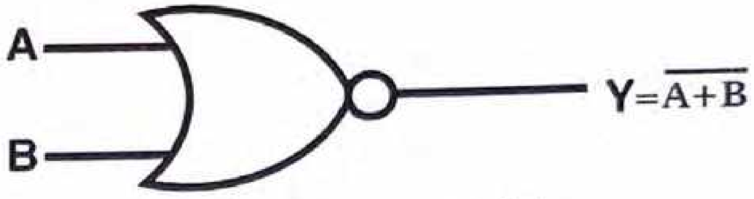
6.2.4 مزید لاجک گیٹس اور ان کے ٹروتھ ٹیبل

NOR گیٹ

ایک NOR گیٹ ("NOT OR گیٹ") ایک لاجک گیٹ ہے جس کی تمام اِن پُٹس اگر 0 ہوں اور اس کی آؤٹ پُٹ (1) آئے تو اسے NOR گیٹ کہتے ہیں۔ لہٰذا NOR گیٹ ایک OR گیٹ کا اُلٹ ہوتا ہے، اور اس کا سرکٹ ایک OR گیٹ کو ایک NOT گیٹ سے مربوط کر کے تیار کیا جاتا ہے۔ بالکل ایک OR گیٹ کی طرح، کسی NOR گیٹ میں بہت سی اِن پُٹ ہو سکتی ہے لیکن صرف ایک آؤٹ پُٹ تیار ہوتی ہے۔

اگر A اور B دو اِن پُٹ ہیں، تو آؤٹ پُٹ Y کو ایسے لکھا جا سکتا ہے۔ $Y = \overline{A + B}$

یہاں یہ علامت ـــــ کمپلیمنٹ یا معکوس کو ظاہر کر رہی ہے۔ NOR گیٹ کی شکل اور ٹروتھ ٹیبل ذیل میں دکھایا گیا ہے۔



شکل نمبر 6.4 دو اِن پُٹ والا NOR گیٹ

NOR گیٹ کا ٹروتھ ٹیبل

اِن پُٹ		آؤٹ پُٹ
A	B	$Y = \overline{A+B}$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

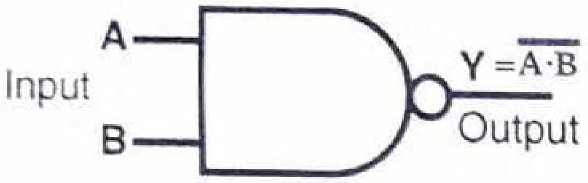
جدول نمبر 6.6 دو اِن پُٹ والے NOR گیٹ کا ٹروتھ ٹیبل

NAND گیٹ

NAND گیٹ ("AND اور NOT گیٹ") ایک منطقی گیٹ ہے جو LOW آؤٹ پُٹ (0) دیتا ہے صرف اس صورت میں جب اس کے سارے اِن پُٹ True ہوں، اور دوسری صورت میں High آؤٹ پُٹ (1)۔ لہٰذا NAND گیٹ ایک AND گیٹ کا معکوس ہے، اور اس کا سرکٹ ایک AND گیٹ کو ایک NOT گیٹ سے جوڑ کر تیار کیا گیا ہے۔ بالکل ایک AND گیٹ کی طرح، ایک NAND گیٹ میں ایک سے زیادہ اِن پُٹ ہو سکتی ہے لیکن آؤٹ پُٹ صرف ایک ہی ہو گی۔ NAND گیٹ لاجک NAND آپریشن انجام دیتا ہے۔ NAND گیٹ کو یونیورسل گیٹ (NOR گیٹ کی طرح) کے نام سے جانا جاتا ہے، جس کا مطلب ہے کہ یہ ایک قسم کا لاجیکل گیٹ ہے جو کسی بھی دوسرے گیٹ کو استعمال کیئے بغیر کسی بھی بولین فنکشن کو نافذ کر سکتا ہے۔

NOT FOR SALE

اگر A، B ایک NAND گیٹ کے دو اِن پُٹ ہیں اور Y اس کا آؤٹ پُٹ ہے تو، NAND گیٹ کو بلاک ڈایاگرام اور ٹرتھ ٹیبل ذیل کی شکل میں دکھایا گیا ہے۔



شکل نمبر 6.5 دو اِن پُٹ والا NAND گیٹ

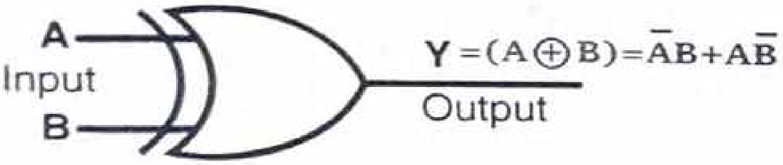
NAND گیٹ کا ٹرتھ ٹیبل

اِن پُٹ		آؤٹ پُٹ
A	B	Y= $\overline{A+B}$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

جدول نمبر 6.7 دو اِن پُٹ والے NAND گیٹ کا ٹرتھ ٹیبل

XOR گیٹ (Exclusive-OR Gate)

وہ گیٹ جس کی آؤٹ پُٹ '0' ہوتی ہے جب ساری اِن پُٹ 0 یا 1 کی ہوتی ہے تو اسے XOR گیٹ کہا جاتا ہے۔ لہٰذا XOR گیٹ ایک جیسی اِن پُٹ کی بنیاد پر '0' آؤٹ پُٹ دیتا ہے، اور مختلف اِن پُٹ کی بنیاد پر '1' آؤٹ پُٹ دیتا ہے۔
اگر A اور B، XOR گیٹ کے دو اِن پُٹ ہیں اور Y آؤٹ پُٹ ہے تو، XOR گیٹ کی بلاک ڈایاگرام اور ٹرتھ ٹیبل نیچے دی گئی شکل میں دکھایا گیا ہے۔



شکل نمبر 6.6 دو اِن پُٹ والا XOR گیٹ

XOR گیٹ کا ٹرتھ ٹیبل

اِن پُٹ		آؤٹ پُٹ
A	B	$Y=(A \oplus B) = \overline{A}B + \overline{A}B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

جدول نمبر 6.8 دو اِن پُٹ والے XOR گیٹ کا ٹرتھ ٹیبل

NOT FOR SALE

XNOR گیٹ (Exclusive-NOR Gate)

وہ گیٹ جس کی تمام اِن پُٹ اگر 0 یا 1 ہوں تو آؤٹ پُٹ '1' ہو گی، ایسے گیٹ کو XNOR گیٹ کہا جاتا ہے۔ لہذا XNOR گیٹ میں ایک جیسی اِن پُٹ کے لئے آؤٹ پُٹ '1' ہو گی اور مختلف اِن پُٹس کے لیے '0' آؤٹ پُٹ ہو گی۔

اگر A اور B ایک XNOR گیٹ کے دو ان پُٹ ہیں اور Y اس کا آؤٹ پُٹ ہے تو، اس کی بلاک ڈایاگرام اور XNOR گیٹ کا ٹروتھ ٹیبل ذیل میں دکھایا گیا ہے۔

شکل نمبر 6.7 دو اِن پُٹ والا XNOR گیٹ

XNOR گیٹ کا ٹروتھ ٹیبل

اِن پُٹ		آؤٹ پُٹ
A	B	$Y=A.B+\overline{A}'\overline{B}$ or $Y=A\odot B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

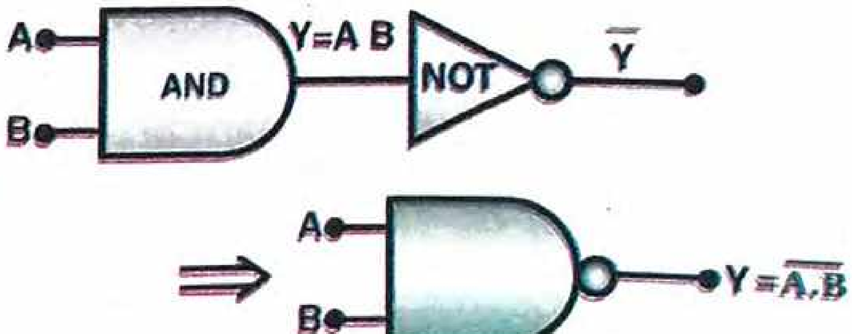
جدول نمبر 6.9 دو اِن پُٹ والے XNOR گیٹ کا ٹروتھ ٹیبل

6.2.5 بنیادی گیٹس کی مدد سے NAND، NOR، XOR اور XNOR گیٹ بنانا

بنیادی گیٹس کو استعمال کر کے NAND، NOR، XOR اور XNOR گیٹس بنائے جا سکتے ہیں۔

بنیادی گیٹس کا استعمال کرتے ہوئے NAND اور NOR گیٹس بنانا

AND گیٹ اور NOT گیٹ استعمال کر کے NAND گیٹ آسانی سے بنایا جا سکتا ہے جیسا کہ ذیل میں دکھایا گیا ہے۔



شکل نمبر 6.8 بنیادی گیٹس کی مدد سے NAND گیٹ بنانا

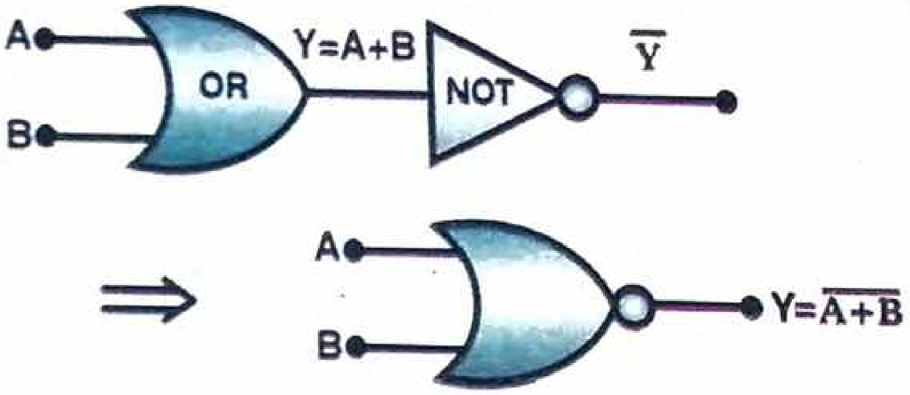
NOT FOR SALE

NAND گیٹ کا ٹروتھ ٹیبل

A	B	Y=A·B	$\overline{Y}$
0	0	0	1
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

جدول نمبر 6.10 AND اور NOT گیٹ کو استعمال کر کے NAND گیٹ کا ٹروتھ ٹیبل

اسی طرح NOR گیٹ بھی OR گیٹ اور NOT گیٹ کا استعمال کر کے بنایا جا سکتا ہے جیسا کہ ذیل میں دکھایا گیا ہے۔



شکل نمبر 6.9 OR گیٹ اور NOT گیٹ کا استعمال کر کے NOR گیٹ بنانا

ٹروتھ ٹیبل

A	B	Y=A+B	$\overline{Y}$
0	0	0	1
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	1	0

جدول نمبر 6.11 OR گیٹ اور NOT گیٹ کا استعمال کر کے NOR گیٹ بنانا

بنیادی گیٹس کا استعمال کرتے ہوئے XOR اور XNOR گیٹس بنانا

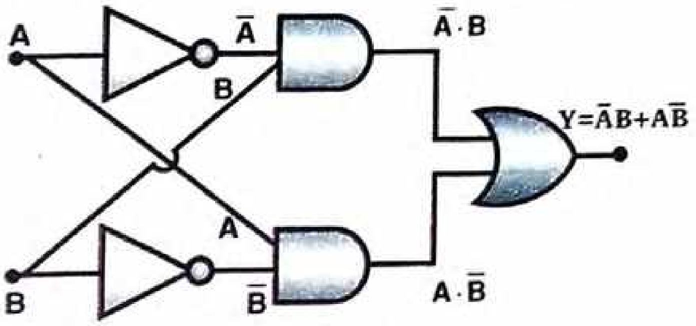
XOR گیٹ درج ذیل فنکشن کو ظاہر کرتا ہے:

$$Y=\overline{A}B+A\overline{B}$$

اس فنکشن میں دو اصطلاحیں استعمال ہوئی ہیں۔ $\overline{A}B$ اور $A\overline{B}$ جن کے لیے دو AND گیٹس درکار ہیں اور ان گیٹس کا آؤٹ پٹ

NOT FOR SALE

ایک OR گیٹ کو بطور اِن پُٹ دیا جائے گا تاکہ XOR گیٹ کو بنایا جا سکے جیسا کہ شکل نمبر 6.10 میں دکھایا گیا ہے۔ A اور B اِن پُٹ تبدیل کرنے کے لئے سرکٹری میں دو NOT گیٹس کا استعمال بھی کیا جاتا ہے۔



شکل نمبر 6.10 XOR گیٹ بنانا

ٹروتھ ٹیبل

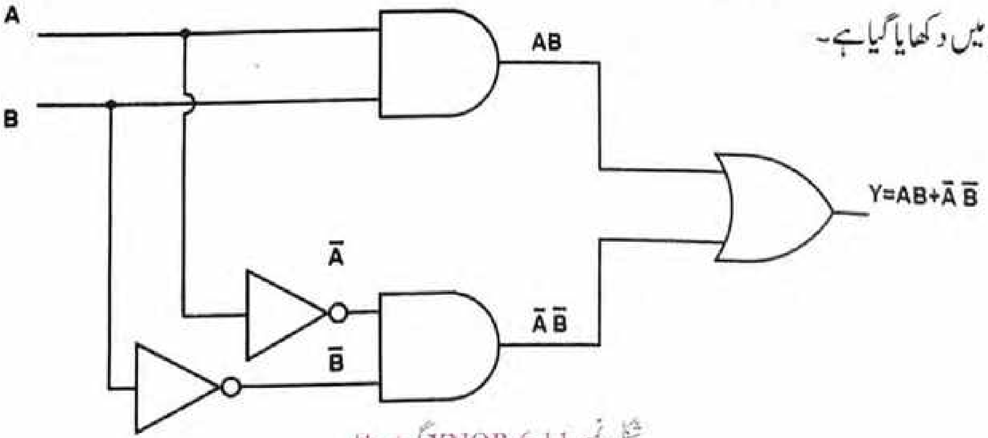
A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

جدول نمبر 6.12 XOR گیٹ کا ٹروتھ ٹیبل

XNOR گیٹ درج ذیل فنکشن کو ظاہر کرتا ہے:

$$Y=AB+\bar{A}\bar{B}$$

یہ فنکشن دو اصطلاحات پر مشتمل ہے۔ اس گیٹ کا لاجک سرکٹ دو AND گیٹس پر مشتمل ہے تاکہ AB اور $\bar{A}\bar{B}$ بنائے جا سکیں اور دو NOT گیٹس بھی ہیں تاکہ A کو $\bar{A}$ اور B کو $\bar{B}$ میں تبدیل کیا جا سکے۔ اِس کے ساتھ ساتھ ایک OR گیٹ بھی ہے جیسا کہ درج ذیل شکل میں دکھایا گیا ہے۔



شکل نمبر 6.11 XNOR گیٹ بنانا

NOT FOR SALE

6.2.6 بولین ایکسپریشن کو لاجک سرکٹ میں تبدیل کرنا

ایک بولین ویری ایبل 0 یا 1 کی ویلیو لے سکتا ہے۔ ویری ایبل کی کسی بھی ویلیو کے لئے، بولین فنکشن 0 یا 1 ہو سکتا ہے۔

مندرجہ ذیل بولین فنکشن پر غور کریں۔

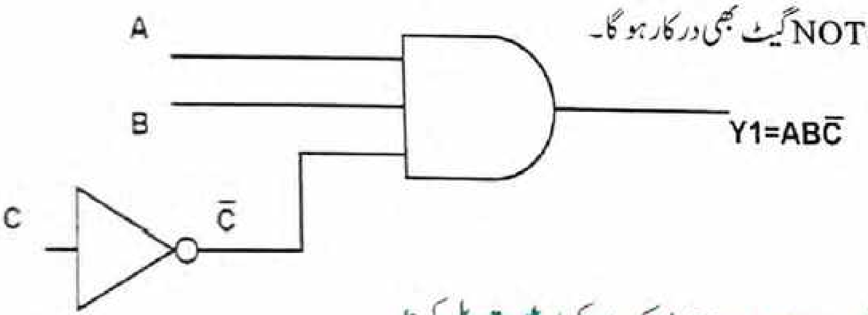
$$F = X + Y$$

$F = 0$ ہو گا، اگر $X = 0$ اور $Y = 0$ ہے۔ X اور Y کے دیگر تمام امتزاج کے لئے، فنکشن 1 کے برابر ہو گا۔

کوئی بھی بولین فنکشن الجبرا کی عبارت سے ایک لاجک سرکٹ میں تبدیل کیا جا سکتا ہے۔ یہ لاجک سرکٹ AND، OR اور NOT گیٹس پر مشتمل ہے۔

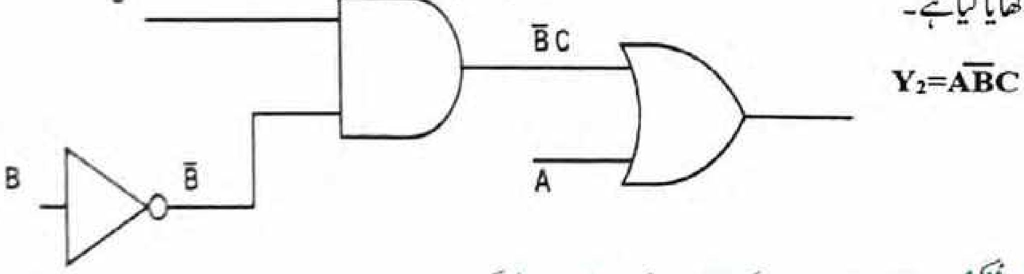
مثال نمبر 1: بولین فنکشن $Y_1=AB\overline{C}$ کو لاجک سرکٹ گیٹ میں تبدیل کرنا

سنگل AND گیٹ کی اصطلاح کیلئے ضروری ہے $Y_1=AB\overline{C}$ ۔ AND گیٹ کو ان پٹ کرنے سے پہلے C کو $\overline{C}$ میں تبدیل کرنے کے لیے ایک NOT گیٹ بھی درکار ہو گا۔



مثال 2: بولین فنکشن $Y_2=A+\overline{B}C$ لاجک سرکٹ میں تبدیل کرنا

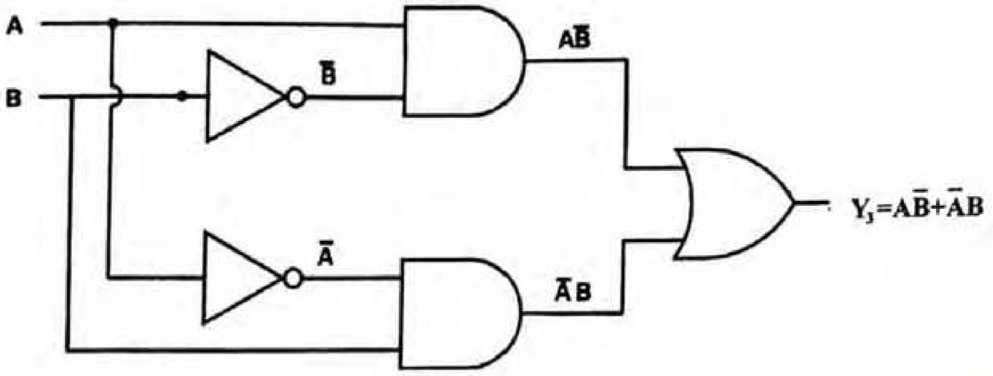
اس فنکشن کا لاجک سرکٹ بنانے کے لئے، $\overline{B}C$ اصطلاح کے لئے ایک AND گیٹ کی ضرورت ہوتی ہے، ایک NOT گیٹ چاہیے تاکہ B کو $\overline{B}$ میں تبدیل کیا جا سکے۔ A اور $\overline{B}C$ پر عملدرآمد کروانے کے لئے OR گیٹ کی ضرورت ہے۔ اس فنکشن کا لاجک سرکٹ نیچے دکھایا گیا ہے۔



مثال 3: بولین فنکشن $Y_3=A\overline{B}+\overline{A}B$ کو لاجک سرکٹ میں تبدیل کرنا

اس فنکشن کے لاجک سرکٹ میں دو AND گیٹس جو کہ $A\overline{B}$ اور $\overline{A}B$ بنانے کے لیے، دو NOT گیٹس جو A کو $\overline{A}$ اور B کو $\overline{B}$ میں تبدیل کرنے اور ایک OR گیٹ جو کہ دونوں AND گیٹس کی آؤٹ پٹ پر OR آپریشن کے لیے استعمال ہونگے۔ جیسا کہ ذیل میں دکھایا گیا ہے۔

NOT FOR SALE



6.3 بولین فنکشن کو کارناف میپ کی مدد سے مختصر کرنا

بولین فنکشن کا اختصار (Simplification of Boolean Function)

بولین فنکشن میں موجود اصطلاحات کی تعداد کو کم سے کم یا ختم کرنے کے عمل کو، تاکہ آخری آؤٹ پٹ پر کوئی فرق نہ پڑے، اختصار (Simplification) کہا جاتا ہے۔ اس مقصد کے لئے مختلف طریقوں کا استعمال کیا جاتا ہے۔ ٹیلی کمیونیکیشن کے انجینئر، مارس کارناف (Mauric Karnaugh) نے 1953ء میں Bell Labs میں Karnaugh Map تیار کیا۔ K-map بولین فنکشن کو آسان بنانے کا بہترین طریقہ ہے۔ جب مختصر بولین فنکشن ایک لاجک سرکٹ میں تبدیل ہو جاتا ہے تو اس کے لئے لاجک گیٹس کم تعداد میں درکار ہوتے ہیں اور اس وجہ سے اس کی لاگت بھی کم ہو جاتی ہے۔

6.3.1 کارناف میپ (Karnaugh Map)

کارناف میپ یا K-map بولین ایکسپریشن کا ایک تصویری خاکہ ہے۔ Karnaugh Map کو 2D ٹروتھ ٹیبل بھی کہا جاتا ہے کیونکہ ہر K-map ، 1D ٹروتھ ٹیبل میں موجود قیمتوں کو ظاہر کرنے کا ایک مختلف فارمیٹ ہے۔

K-map بنیادی طور پر مربع نما خانوں پر مشتمل ہوتا ہے جنہیں سیلز (Cells) کہا جاتا ہے۔ بولین فنکشن کے تمام ممکنہ امتزاج سیلوں کے اندر انکی متعین جگہوں پر لکھے ہوتے ہیں۔ دو ویری ایبلز والا K-map $4 = 2^2$ سیلوں پر مشتمل ہوتا ہے، 4 ویری ایبل والا K-map $16 = 2^4$ سیلوں پر مشتمل ہوتا ہے، اور اسی طرح آگے بھی۔

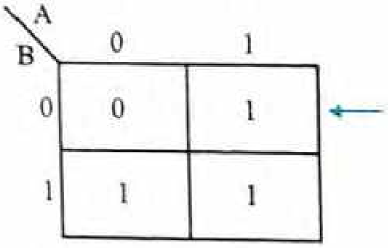
کارناف میپ کی مدد سے ہم ان تمام ویری ایبلز کو گروپ کی شکل دے سکتے ہیں جن میں کوئی نہ کوئی قدر مشترک ہو اس طرح ہر غیر ضروری ویری ایبل کو ختم کر سکتے ہیں۔ کارناف میپ کو ہم ٹروتھ ٹیبل کی مخصوص شکل بھی کہہ سکتے ہیں۔ درج ذیل شکل دو ویری ایبل والے ٹروتھ ٹیبل اور کارناف میپ کے درمیان مطابقت کا ظاہر کرتی ہے۔

مربعوں کے درمیان موجودہ قیمتیں ٹروتھ ٹیبل کے آؤٹ پٹ کالم سے لی گئی ہیں۔ اس لیے ٹروتھ ٹیبل کی ہر قطار یعنی Row کے لیے K-map میں ایک مربع مختص ہے۔ کارناف میپ کے کناروں پر دونوں اِن پُٹ ویری ایبل کی قیمتیں درج ہیں۔ A کی قیمتیں بالائی (TOP) کی

طرف اور B کی قیمتیں بائیں (Left) طرف ہیں۔ زیر نظر شکل اس کی تفصیل بیان کر رہی ہے:

A	B	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1 ←
1	1	1

Truth Table.



F.

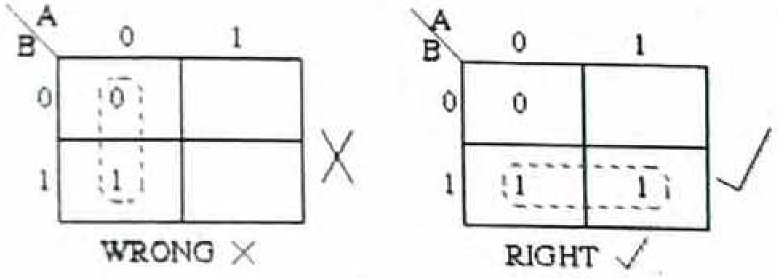
شکل نمبر 6.12 K-map اور ٹروتھ ٹیبل

مثال کے طور پر، map کے اوپر دائیں بائیں کونے پر مربع میں A = 1 اور B = 0 ہے۔ یہ مربع ٹروتھ ٹیبل کی اس قطار سے مطابقت رکھتا ہے جہاں A = 1، B = 0 اور F = 1 ہے۔ یہ بات قابل غور ہے کہ F والے کالم میں درج قیمتیں کسی خاص فنکشن کی نمائندگی کرتی ہے جس کے لیے کارناف میپ بنایا گیا ہے۔

کارناف میپ-اختصار کے قواعد

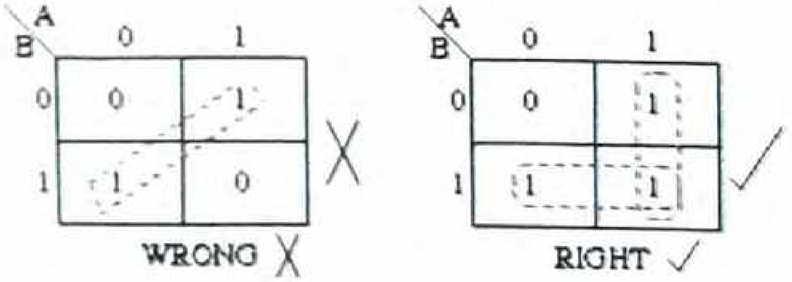
کارناف میپ اختصار کے لیے متصل سیلوں جن میں 1 درج ہو کو درج ذیل قواعد وضوابط کے تحت ایک گروپ میں لے آتا ہے۔ اس طرح ان گروپوں کی مدد سے عبارت مختصر ہو جاتی ہے۔

- گروپ میں کوئی ایسا سیل نہیں آسکتا جس میں زیرو درج ہو۔



شکل نمبر 6.13 1 کے گروپ والا میپ

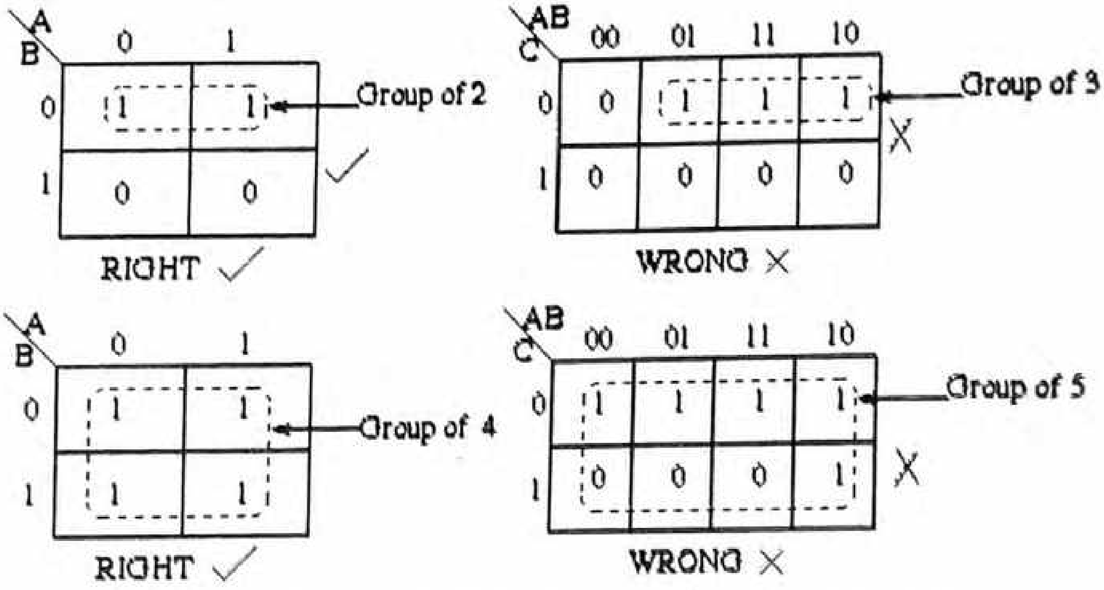
- گروپ افقی یا عمودی ہو سکتے ہیں، لیکن ترچھے نہیں ہو سکتے۔



شکل نمبر 6.14 گروپ میں ترچھے سیل شامل نہیں

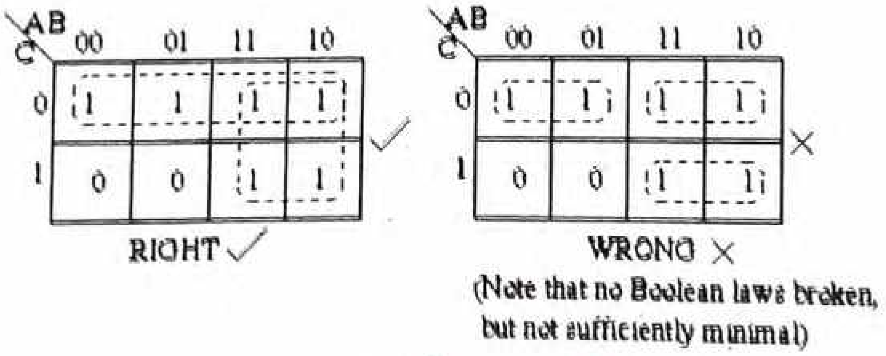
NOT FOR SALE

- ضروری ہے کہ گروپ میں 1، 2، 4، 8 سیل یا عمومی طور پر 2^n سیل ہوں۔



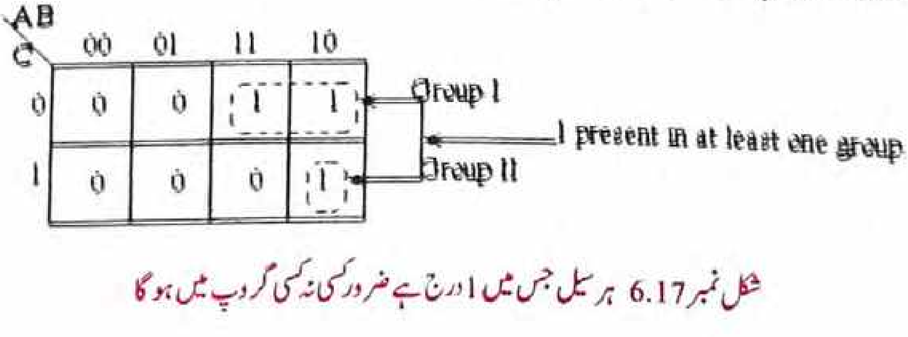
شکل نمبر 6.15 دکھایا گیا ہے کہ گروپ میں 1، 2، 4، 8 سیل یا عمومی طور پر 2^n سیل ہوں گے

- ہر گروپ جہاں تک ممکن ہو بڑا ہونا چاہیے۔



شکل نمبر 6.16 گروپ جہاں تک ممکن ہو بڑے بڑے ہونے چاہئیں

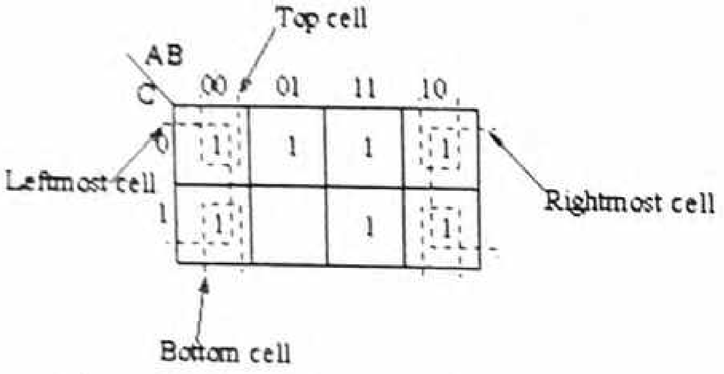
- ہر سیل جس میں 1 درج ہے ضرور کسی نہ کسی گروپ میں ہو گا۔



شکل نمبر 6.17 ہر سیل جس میں 1 درج ہے ضرور کسی نہ کسی گروپ میں ہو گا

NOT FOR SALE

- گروپ ٹیبل کے اطراف میں بھی پھیلا ہو سکتا ہے۔ ایک قطار میں بالکل بائیں طرف والا سیل بالکل دائیں طرف والے اور بالکل زیریں سیل بالکل بالائی سیل کے ساتھ گروپ میں لایا جاسکتا ہے۔



شکل نمبر 6.18 K-map کے اطراف میں موجود سیل آپس میں گروپ بناسکتے ہیں

- جہاں تک ممکن ہو گروپ کی تعداد کم سے کم ہونی چاہیے بشرطیکہ پہلے بیان کردہ قواعد میں سے کسی کے خلاف نہ ہو۔

6.3.2 دو ویری ایبلز والے بولین فنکشنز کا K-Map کے ذریعے اختصار

مثال نمبر 1:

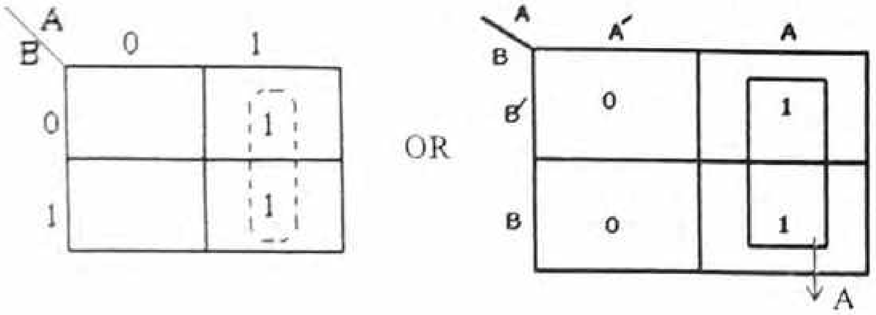
درج ذیل میپ کو دیکھیں، جو فنکشن اس میں پلاٹ کیا گیا ہے وہ یہ ہے: $Z = F(A,B) = A\overline{B} + AB$

درج بالا بولین فنکشن کے لیے ٹروتھ ٹیبل

A	B	$Z = F(A,B) = A\overline{B} + AB$
0	0	0
0	1	0
1	0	1
1	1	1

جدول نمبر 6.13 $Z = F(A,B) = A\overline{B} + AB$ کے لیے ٹروتھ ٹیبل

اب ٹروتھ ٹیبل کی تمام قیمتوں کو درج ذیل K-Map میں درج کریں۔



NOT FOR SALE

غور کریں اِن پُٹ ویری ایبل کی قیمتیں ہی قطار اور کالم بنا رہی ہیں ۔

یہاں صرف ایک ہی گروپ ہے، جو دو ملحقہ سیلوں کا احاطہ کرتا ہے۔

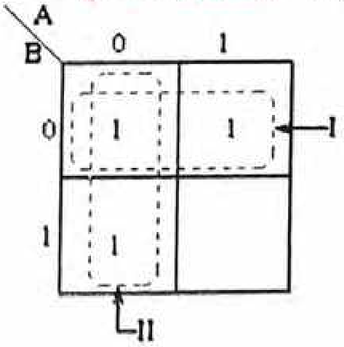
$$Z=F(A,B) = A$$

مثال نمبر 2:

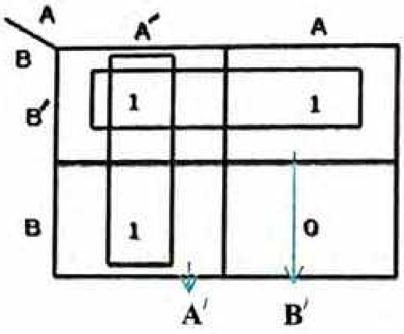
فرض کیا کہ بولین ایکسپریشن ہے $Z = F(A,B) = \bar{A}B+A\bar{B}+A\bar{B}$

A	B	$Z = F(A,B) = \bar{A}\bar{B}+A\bar{B}+A\bar{B}$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

جدول نمبر 6.14 $Z = F(A,B) = \bar{A}\bar{B}+A\bar{B}+A\bar{B}$ کے لیے ٹروتھ ٹیبل



OR



- یہاں دو ملحقہ سیلوں پر مشتمل دو گروپ ہیں۔
- $\bar{A}$ کالم وار مشترک ویری ایبل ہے گروپ II میں۔ جبکہ $\bar{B}$ قطار وار مشترک ویری ایبل ہے گروپ 1 میں۔
- دونوں ٹرمز جمع کر کے آخری نتیجہ حاصل کیا جاسکتا ہے۔
- آخری مختصر شدہ ایکسپریشن کی شکل یہ ہوگی:

$$Z= F(A,B)=\bar{A} + \bar{B}$$

6.3.3 تین ویری ایبلز والے بولین فنکشنز کا K-Map کے ذریعے اختصار

مثال نمبر 1:

$$Z = f(A,B,C) = A .B. C+ A. B.C + A. B .C+ A.B.C$$

درج بالا ایکسپریشن کے لیے K-Map

NOT FOR SALE

C \ AB	A'B'	A'B	AB	AB'
C'	0	1	1	0
C	0	1	1	0

- یہاں پر ایک ہی گروپ ہے جو چار سیلوں پر مشتمل ہے۔
- یہاں قطار وار کوئی ویری ایبل مشترک نہیں ہے لیکن B کالم وار مشترک ویری ایبل ہے۔
- تو مختصر شدہ ایکسپریشن یہ ہوگا:

$$Z= F(A,B,C) = B$$

مثال نمبر 2:

درج بالا ایکسپریشن $Z=f(A, B, C) = A.B.C+ \bar{A}.B.C+ A.\bar{B}.\bar{C}+\bar{A}.B.\bar{C}+A.B.\bar{C}+A.\bar{B}.C$ کے لیے K-Map

C \ AB	A'B'	A'B	AB	AB'
C'	0	1	1	1
C	0	1	1	1

- یہاں پر دو گروپ ہیں اور ہر گروپ میں چار چار ملحقہ سیل موجود ہیں۔
- گروپ 1 میں A کالم وار مشترک ویری ایبل ہے جبکہ گروپ II میں B قطار وار مشترک ویری ایبل ہے۔
- ان دونوں ویری ایبلز کو جمع کر کے مختصر شدہ ایکسپریشن حاصل کیا جاسکتا ہے۔
- آخر میں مختصر شدہ ایکسپریشن درج ذیل ہوگا:

$$Z= f(A,B,C) = A + B$$

مثال نمبر 3:

$$F(A,B,C)= \bar{A}.BC+ \bar{A}.B\ \bar{C}+A\ \bar{B}\ \bar{C}+A\bar{B}C$$

درج بالا ایکسپریشن کے لیے K-Map

NOT FOR SALE

BC / A	00	01	11	10
0	0	0	1	1
1	1	1	0	0

K-map for F (A, B, C)

BC / A	00	01	11	10
0	0	0	1	1
1	1	1	0	0

K-map for F (A, B, C)

یہاں پر دو گروپ کچھ اس طرح ہوں گے۔

$$\bar{A}.B\bar{A}.B \text{ and } A\bar{B}A\bar{B}$$

آخر میں مختصر شدہ ایکسپریشن درج ذیل ہوگا:

$$F(A,B,C)= \bar{A}.B+A\,\bar{B}=A\oplus B$$

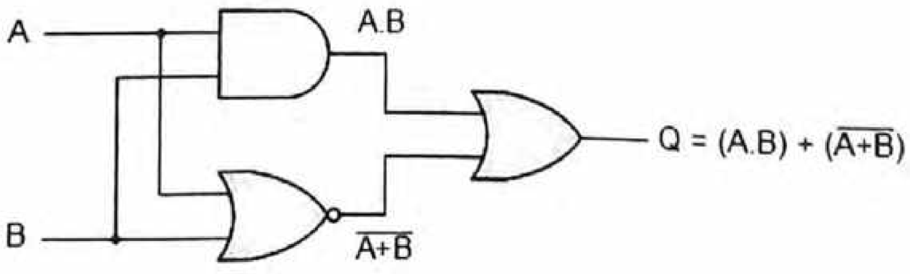
$$F(A,B,C)= \bar{A}.B+A\,\bar{B}=A\oplus B$$

6.3.4 مختصر شدہ درج ذیل فنکشنز سے لاجک سرکٹ بنانا

مثال نمبر 1:

$$Q= f(AB) +\overline{(A + B)}$$

سرکٹ تین گیٹس پر مشتمل ہے۔AND گیٹ، NOR گیٹ اور OR گیٹ۔AND گیٹ کے لیے ایکسپریشن A.B ہے جبکہ NOR گیٹ کا ایکسپریشن $\overline{A+B}$ ہے۔ یہ دونوں ایکسپریشنز مل کر OR گیٹ کے لیے علیحدہ سے اِن پٹ دیتے ہیں، ($\overline{A+B}$) اور (A.B)۔



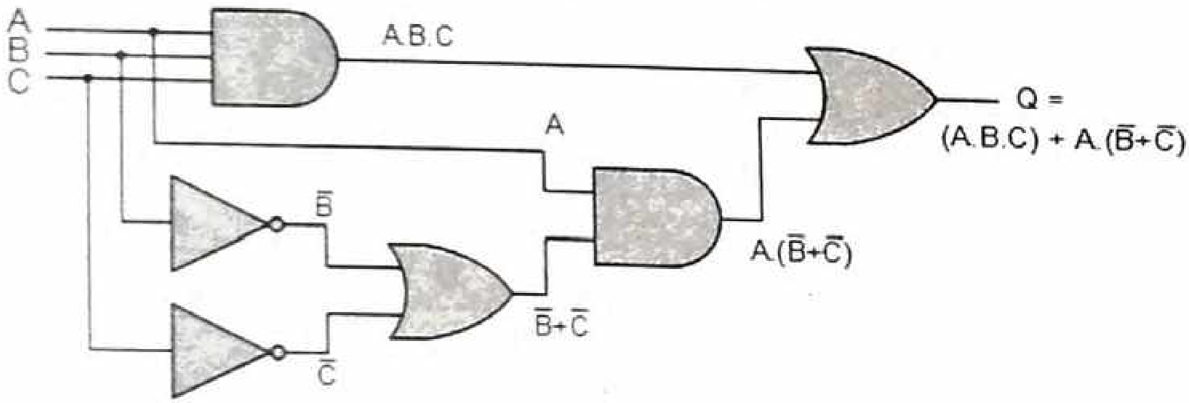
ان گیٹس کا آؤٹ پٹ اس قسم کا ہو گا

$$Q=(A.B)+(\overline{A+B})$$

Inputs		Intermediates		Output
A	B	A.B	$(\overline{A+B})$	Q
0	0	0	1	1
1	0	0	0	0
0	1	0	0	0
1	1	1	0	1

مثال نمبر 2:

$$Q=(A.B.C)+A.(\overline{B}+\overline{C})$$



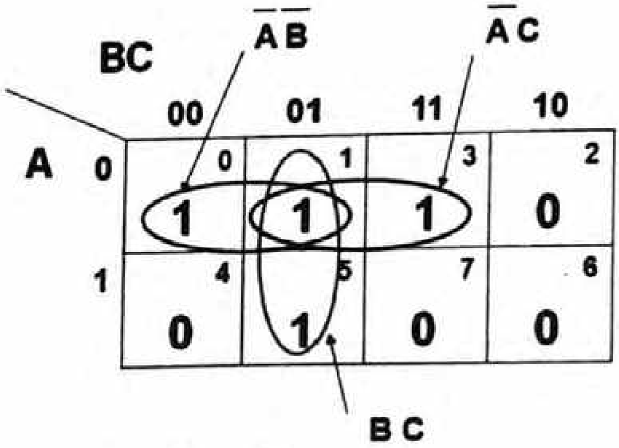
Inputs			Intermediates					Output
C	B	A	A.B.C	$\overline{B}$	$\overline{C}$	$\overline{B}+\overline{C}$	$A.(\overline{B}+\overline{C})$	Q
0	0	0	0	1	1	1	0	0
0	0	1	0	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	1	1	0	0
0	1	1	0	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	0	1	0	0
1	0	1	0	1	0	1	1	1
1	1	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	0	0	0	0	1

NOT FOR SALE

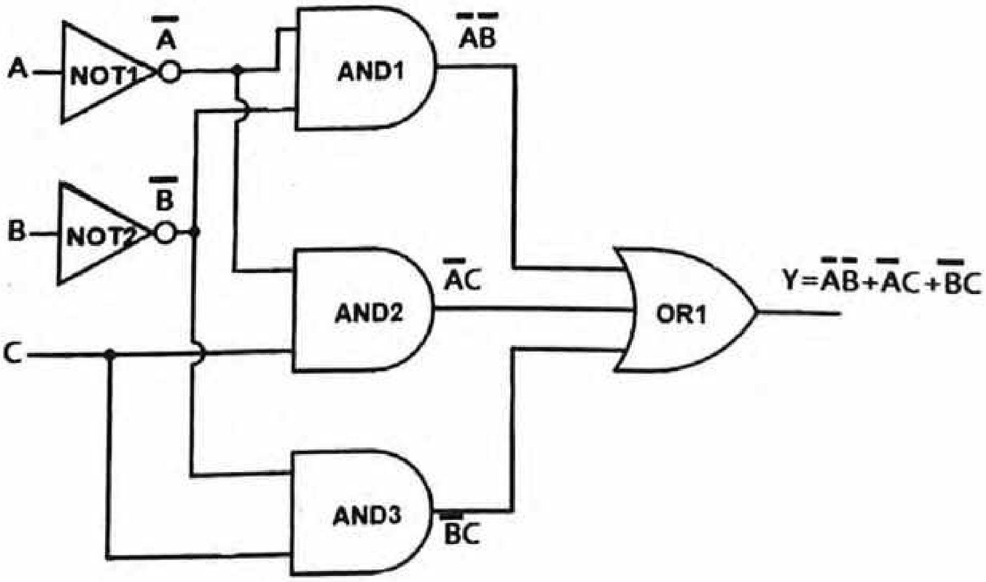
درج ذیل بولین ایکسپریشن کا K-Map کی مدد سے اختصار اور مختصر شدہ فنکشن کی لاجک ڈائیگرام۔

$$Y=\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}+\overline{A}\,\overline{B}C+\overline{A}BC+A\overline{B}C$$

C	B	C	Y
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0



$$Y=\overline{A}\,\overline{B}+\overline{A}C+\overline{B}C$$



اہم نکات

- ڈیٹا خام حقائق اور اعداد و شمار ہیں جن پر ڈیجیٹل کمپیوٹر کے ذریعہ کارروائی کی جاتی ہے۔
- لاجک گیٹ ایک الیکٹرانک سرکٹ ہے جو ایک یا زیادہ اِن پُٹ سگنل لیتا ہے اور ایک ہی آؤٹ پُٹ سگنل تیار کرتا ہے۔
- AND گیٹ لاجیکل ضرب کرتا ہیں۔
- OR گیٹ لاجیکل جمع کے لیے استعمال ہوتا ہے۔
- NOT گیٹ اِن پُٹ ویلیو کو تبدیل کرنے کے لئے استعمال ہوتا ہے۔
- ٹروتھ ٹیبل ایک ٹیبل ہے جس میں اِن پُٹ ویلیوز اور ان کے مطابق آؤٹ پُٹ ویلیوز کے تمام ممکنہ امتزاج ہوتے ہیں۔
- جس گیٹ کی آؤٹ پُٹ 1 ہوتی ہے جب تمام اِن پُٹ 0 ہوتے ہیں تو اسے NOR گیٹ کہتے ہیں۔
- جس گیٹ کی آؤٹ پُٹ 0 ہوتی ہے جب تمام اِن پُٹ 1 ہوتے ہیں تو اسے NAND گیٹ کہتے ہیں۔
- وہ گیٹ جس کی آؤٹ پُٹ 0 ہوتی ہے جب تمام اِن پُٹس میں 0 یا 1 ہوتے ہیں تو اسے XOR گیٹ کہا جاتا ہے۔
- وہ گیٹ جس کی آؤٹ پُٹ 1 ہوتی ہے جب تمام اِن پُٹ 0 یا 1 ہوتے ہیں تو اسے XNOR گیٹ کہا جاتا ہے۔
- بولین فنکشن / ایکسپریشن بولین ویری ایبل، کانسٹنٹ اور آپریٹر کا مجموعہ ہے۔
- ا بولین فنکشن کا اختصار حتمی آؤٹ پُٹ کو متاثر کیے بغیر بولین فنکشن میں ٹرم یا ویری ایبل کی تعداد کو کم کرنے کا عمل ہے۔
- K-Map ایک جیسے ایکسپریشن کو ایک ساتھ جوڑنے کا ایک خاکہ فراہم کرتا ہے اور اس طرح، ناپسندیدہ ویری ایبل کو ختم کرتا ہے۔

مشق

سوال نمبر 1۔ موزوں جواب کا انتخاب کریں۔

i. جب ڈیٹا کمپیوٹر میں داخل ہوتا ہے تو اُسے ________ میں تبدیل کیا جاتا ہے۔

(الف) بائنری نمبر سسٹم (ب) اعشاری نمبر سسٹم

(ج) ہیگزاڈیسیمل نمبر سسٹم (د) آکٹل نمبر سسٹم

ii. ایک الیکٹرانک سرکٹ جو ایک یا ایک سے زیادہ سگنل لیتا ہے اور ایک ہی آؤٹ پُٹ دیتا ہے ________ کہلاتا ہے۔

(الف) شکل (ب) ٹیبل (ج) ڈیجیٹل لاجک گیٹ (د) ان میں سے کوئی نہیں

NOT FOR SALE

iii. کس گیٹ کی آؤٹ پُٹ صرف اس وقت 1 ہو گی جب اس کی تمام اِن پُٹس 1 ہوں؟

(الف) AND گیٹ (ب) OR گیٹ (ج) NOT گیٹ (د) NAND گیٹ

iv. کونسا گیٹ لاجیکل معکوس یا کمپلیمنٹ بناتا ہے؟

(الف) AND گیٹ (ب) OR گیٹ (ج) NOT گیٹ (د) XOR گیٹ

v. وہ گیٹ جس کی آؤٹ پُٹ صرف اس وقت 1 ہو گی جب اس کی تمام اِن پُٹس 0 ہوں ________ کہلاتا ہے۔

(الف) AND گیٹ (ب) OR گیٹ (ج) NOT گیٹ (د) XOR گیٹ

vi. K-Map ________ کے لیے استعمال ہوتا ہے۔

(الف) بولین ایکسپریشن کو مختصر کرنے (ب) بولین ایکسپریشن کو شکل کی مدد سے دکھانے

(ج) دو ویری ایبلز کا آپس میں موازنہ کرنے (د) ڈیجیٹل سرکٹ کو ڈیزائن کرنے

سوال نمبر 2۔ کمپیوٹر میں ڈیٹا کس شکل میں ظاہر کیا جاتا ہے؟ مختصراً بیان کریں۔

سوال نمبر 3۔ تین بنیادی گیٹس کونسے ہیں؟ ان کی سرکٹ ڈائیگرام اور ٹروتھ ٹیبل بنائیں۔

سوال نمبر 4۔ درج ذیل بولین ایکسپریشن کے لیے لاجک گیٹ ڈائیگرام بنائیں۔

$$f(A,B,C) = ABC + \overline{A}\,\overline{B} + \overline{C} + A\overline{B}$$

سوال نمبر 5۔ درج ذیل بولین ایکسپریشن کو K-Map کی مدد سے مختصر کریں۔ پھر مختصر شدہ فنکشن کی لاجک ڈائیگرام بھی بنائیں۔

i. $F=\overline{X}Z + \overline{X}\,\overline{Z}$

ii. $F=\overline{A}BC + A\overline{B}C+AB\overline{C}+\overline{ABC}$

NOT FOR SALE