یونٹ 6	تکونیات

مشق 6.1

-1 درج ذیل زاویے کون سے ربع میں واقع ہیں اور ہر ایک زاویے کے لیے اُس کا ٹرمینل زاویہ لکھیں:

(i) $65°$

حل: $65°$ زاویہ پہلے ربع میں واقع ہے۔ اِس کا کوٹرمینل زاویہ

$65° = 360 + 65 = 425°$ اور $-360 + 65 = -295°$

(ii) $135°$

حل: $135°$ دوسرے ربع میں واقع ہے۔ اِس کا کوٹرمینل زاویہ

$135° = 360 + 135 = 495°$ اور $-360 + 135 = -225°$

(iii) $-40°$

حل: $-40°$ چوتھے ربع میں واقع ہے۔ اِس کا کوٹرمینل زاویہ

$-40° = 360 - 40 = 320°$ اور $-360 - 40 = -400°$

(iv) $210°$

حل: $210°$ تیسرے ربع میں واقع ہے۔ اِس کا کوٹرمینل زاویہ

$210° = 360 + 210 = 570°$ اور $-360 + 210 = -150°$

(v) $-150°$

حل: $-150°$ تیسرے ربع میں واقع ہے۔ اِس کا کوٹرمینل زاویہ

$-150° = 360 - 150 = 210°$ اور $-360 - 150 = 510°$

www.ilmkidunya.com

2- درج ذیل کو ڈگری، منٹ اور سیکنڈ میں تبدیل کریں:

(i) $123.456°$

حل: $123.456°$

$= 123° + (0.456 \times 60)'$

$= 123° + (27.36)'$

$= 123° + 27' + (0.36 \times 60)"$

$= 123° + 27' + (21.6)"$

$= 123° 27'21.6"$

(ii) $58.7891°$

حل: $58.7891°$

$= 58° - (0.7891 \times 60)'$

$= 58° + (47.346)'$

$= 58° + 47' + (0.346 \times 60)"$

$= 58° + 47' + (20.76)"$

$= 58° 47'20.76"$

(iii) $90.5678°$

حل: $90.5678°$

$= 90° + (0.5678 \times 60)'$

$= 90° + (34.068)'$

$= 90° + 34' + (0.068 \times 60)"$

$= 90° + 34' + (4.08)"$

$= 90° 34'4.08"$

3- درج ذیل کو اعشاری ڈگری میں تبدیل کریں:

(i) $65° 32' 15"$

حل: $65° 32' 15"$

www.ilmkidunya.com

$$= \left(65 + \frac{32}{60} + \frac{15}{60 \times 60}\right)^o$$

$$= 65 + 0.533 + 0.0042$$

$$= 65.537°$$

(ii) $42° 18' 45"$

حل: $42° 18' 45"$

$$= \left(42 + \frac{18}{60} + \frac{45}{60 \times 60}\right)^o$$

$$= 42 + 0.3 + 0.0125$$

$$= 42.3125°$$

(iii) $78° 45' 36"$

حل: $78° 45' 36"$

$$= \left(78 + \frac{78}{60} + \frac{36}{60 \times 60}\right)^o$$

$$= 78 + 0.75 + 0.01$$

$$= 78.76°$$

4- درج ذیل کو ریڈین میں تبدیل کریں:

(i) $36°$

حل: $36°$

$$= 36 \times \frac{\pi}{180} \quad \text{ریڈین}$$

$$= \frac{\pi}{5} \quad \text{ریڈین}$$

(ii) $22.5°$

حل: $22.5°$

$$= 22.5 \times \frac{\pi}{180} \quad \text{ریڈین}$$

$$= \frac{\pi}{8}$$

www.ilmkidunya.com

(iii) $67.5°$

حل: $67.5°$

$= 67.5 \times \frac{\pi}{180}$ ریڈین

$= \frac{3\pi}{8}$ ریڈین

د- درج ذیل کو ڈگری میں تبدیل کریں:

(i) $\frac{\pi}{16}$ ریڈین

حل: $\frac{\pi}{16}$ ریڈین

$= \frac{\pi}{16} \times \frac{180}{\pi}$

$= 11.25°$

(ii) $\frac{11\pi}{5}$ ریڈین

حل: $\frac{11\pi}{5}$ ریڈین

$= \frac{11\pi}{5} \times \frac{180}{\pi}$

$= 396°$

(iii) $\frac{7\pi}{6}$ ریڈین

حل: $\frac{7\pi}{6}$ ریڈین

$= \frac{7\pi}{6} \times \frac{180}{\pi}$

$= 210°$

www.ilmkidunya.com

6- قوس کی لمبائی اور علاقہ کا رقبہ معلوم کریں اگر:

(i) $r = 6\ cm$ اور مرکزی زاویہ $\theta = \frac{\pi}{3}$ ریڈین

حل: $r = 6\ cm$

$\theta = \frac{\pi}{3}$ ریڈین

قوس کی لمبائی $= \ell = ?$

علاقہ کا رقبہ $= A = ?$

ہم جانتے ہیں

$$\ell = 0$$

$$= 6 \times \frac{\pi}{3}$$

$$\ell = 6.284\ cm$$

$$\text{علاقہ کا رقبہ} = \frac{1}{2} r^2\ \theta$$

$$= \frac{1}{2}\ (6)^2 \left(\frac{\pi}{3}\right)$$

$$= 18.85\ cm62$$

(ii) $r = \frac{4.8}{\pi}$ cm اور مرکزی زاویہ $\theta = \frac{5\pi}{6}$ ریڈین

حل: $r = \frac{4.8}{\pi} cm,$ ریڈین $\theta = \frac{5\pi}{6} =$ زاویہ

قوس کی لمبائی $= \ell = ?,$

علاقہ کا رقبہ $= A = ?$

$$\ell = r\ \theta$$

$$= \left(\frac{4.8}{\pi}\right) \times \left(\frac{5\pi}{6}\right)$$

www.ilmkidunya.com

$$\ell = \frac{24}{6} = 4\ cm$$

علاقہ کا رقبہ $= \frac{1}{2} r^2 \theta$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{4.8}{\pi}\right)\frac{5\pi}{6}$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{23.04}{\pi^2} \times \frac{5\pi}{6}$$

$$= 3.056\ cm^2$$

$$\boxed{A \Longrightarrow 3.06\ cm^2}$$

7- اگر علاقہ کے مرکزی زاویہ کی مقدار $60°$ اور رداس $12\ cm$ ہو تو اس کا علاقہ کا رقبہ معلوم کریں اور یہ دائرے کے کُل رقبہ کا کتنا ہو گا؟

حل: رداس $= r = 12\ cm$

مرکزی زاویہ $= \theta = 60°$

$$\theta = 60 \times \frac{\pi}{180}$$

$$= \frac{\pi}{3} \quad \text{ریڈین}$$

علاقہ کا رقبہ $= A = ?$

علاقہ کا رقبہ $= \frac{1}{2} r^2 \theta$

$$= \frac{1}{2}(12)^2\left(\frac{\pi}{3}\right)$$

$$= \frac{1}{6}(144\,\pi)$$

$$= 75.4\ cm^2$$

دائرہ کا رقبہ $= \pi r^2$

$$= 3.142 \times (12)^2$$

$$= 452.45\ cm^2$$

www.ilmkidunya.com

$$\%\ \text{علاقہ کا رقبہ} = \frac{\text{علاقہ کا رقبہ}}{\text{دائرہ کا رقبہ}} \times 100\% \qquad = \frac{75.4}{452.45} \times 100$$

$$= 16.67\%$$

8- اُس علاقہ کے رقبے کی فی صد معلوم کریں جس کا مرکزی زاویہ $\frac{\pi}{8}$ ریڈین ہو۔

حل: $\text{زاویہ} = \theta = \frac{\pi}{8}$ ریڈین

فرض کیا 'r' دائرہ کا رداس ہے

$$\text{علاقہ کا رقبہ} = \frac{1}{2} r^2 \theta$$

$$= \frac{1}{2} r^2 \times \frac{\pi}{8}$$

$$= \frac{\pi}{16} r^2$$

$$\text{دائرہ کا رقبہ} = \pi r^2$$

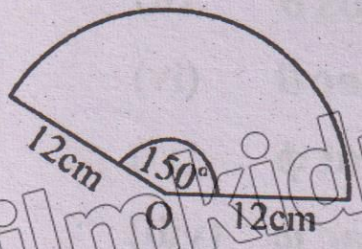
$$\%\ \text{علاقہ کا رقبہ} = \frac{\text{علاقہ کا رقبہ}}{\text{دائرہ کا رقبہ}} \times 100\% \qquad = \frac{\frac{\pi}{16} r^2}{\pi r^2} \times 100\%$$

$$= \frac{\cancel{\pi r^2}}{16 \times \cancel{\pi r^2}} \times 100\%$$

$$= \frac{100}{16}\%$$

$$= 6.25\%$$

9- ایک دائروی علاقہ جس کا رداس 12 cm ہے اور مرکزی زاویہ $150°$ ہے۔ اس علاقے کو کاٹا گیا اور اُس سے ایک کون بنائی گئی۔ اُس کون کی ترچھی اُونچائی اور قاعدے کا رداس معلوم کریں۔



حل: $\text{رداس} = r = 12\ cm, \theta = 150°$

www.ilmkidunya.com

$= 150 \times \frac{\pi}{180}$ ریڈین

$= \frac{5\pi}{6}$ ریڈین

کون کی ترچھی اونچائی $= \ell = 12\ cm$

اب

$$\ell = r\,\theta$$

$$= 12 \times \frac{5\pi}{6}$$

$$\ell = 10\,\pi$$

کون کا محیط $= 2\pi r$

کون کا محیط = قوس کا علاقہ

$$10\pi = 2\pi r$$

$$\frac{10\,\pi}{2\pi} = r$$

$$5 = r$$

$$\Longrightarrow \quad r = 5\ cm$$

رداس $= 5\ cm$

مشق 6.2

1- درج ذیل قائمۃ الزاویہ مثلثوں میں ہر ایک کے لیے تکونیاتی نسبتیں معلوم کریں۔

(i) $\sin\theta$ (ii) $\cos\theta$

(iii) $\tan\theta$ (iv) $\sec\theta$

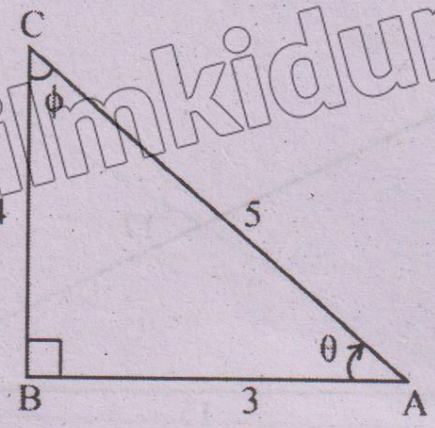
(v) $\operatorname{cosec}\theta$ (vi) $\cot\phi$

(vii) $\tan\phi$ (viii) $\operatorname{cosec}\phi$

(ix) $\sec\phi$ (x) $\cos\phi$

www.ilmkidunya.com

(a)



$$\sin\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{وتر}} = \frac{4}{5} \quad \text{(i)}$$

$$\cos\theta = \frac{\text{قاعدہ}}{\text{وتر}} = \frac{3}{5} \quad \text{(ii)}$$

$$\tan\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}} = \frac{4}{3} \quad \text{(iii)}$$

$$\sec\theta = \frac{\text{وتر}}{\text{قاعدہ}} = \frac{5}{3} \quad \text{(iv)}$$

$$\text{cosec}\,\theta = \frac{\text{وتر}}{\text{عمود}} = \frac{5}{4} \quad \text{(v)}$$

$$\cot\phi = \frac{\text{قاعدہ}}{\text{عمود}} = \frac{4}{3} \quad \text{(vi)}$$

$$\tan\phi = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}} = \frac{3}{4} \quad \text{(vii)}$$

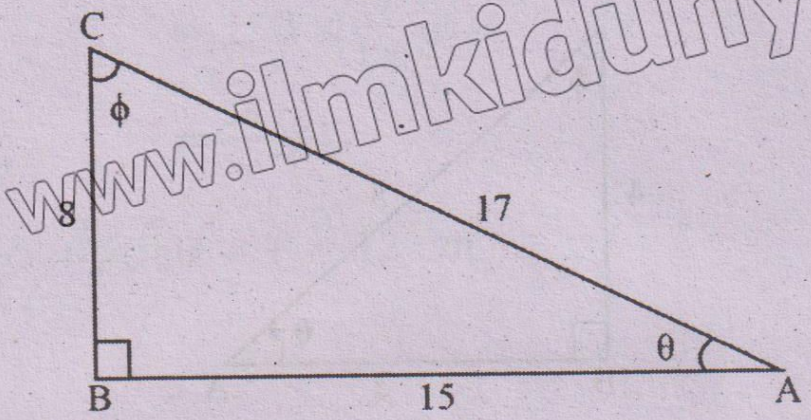
$$cosec\,\phi = \frac{\text{وتر}}{\text{عمود}} = \frac{5}{3} \quad \text{(viii)}$$

$$\sec\phi = \frac{\text{وتر}}{\text{قاعدہ}} = \frac{5}{4} \quad \text{(ix)}$$

$$cos\,\phi = \frac{\text{قاعدہ}}{\text{وتر}} = \frac{4}{5} \quad \text{(x)}$$

www.ilmkidunya.com

(b)



$$\sin\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{وتر}} = \frac{8}{17} \quad \text{(i)}$$

$$\cos\theta = \frac{\text{قاعدہ}}{\text{وتر}} = \frac{15}{17} \quad \text{(ii)}$$

$$\tan\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}} = \frac{8}{15} \quad \text{(iii)}$$

$$\sec\theta = \frac{\text{وتر}}{\text{قاعدہ}} = \frac{17}{15} \quad \text{(iv)}$$

$$\text{cosec}\,\theta = \frac{\text{وتر}}{\text{عمود}} = \frac{17}{8} \quad \text{(v)}$$

$$\cot\phi = \frac{\text{قاعدہ}}{\text{عمود}} = \frac{8}{15} \quad \text{(vi)}$$

$$\tan\phi = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}} = \frac{15}{8} \quad \text{(vii)}$$

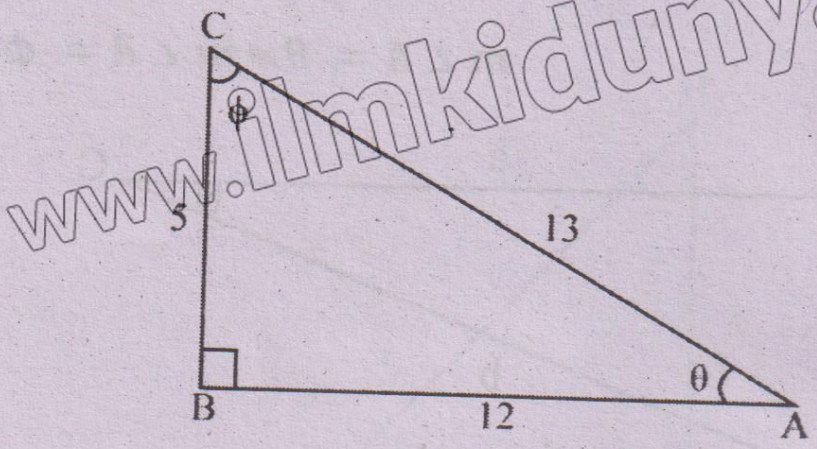
$$cosec\,\phi = \frac{\text{وتر}}{\text{عمود}} = \frac{17}{15} \quad \text{(viii)}$$

$$\sec\phi = \frac{\text{وتر}}{\text{قاعدہ}} = \frac{17}{8} \quad \text{(ix)}$$

$$cos\,\phi = \frac{\text{قاعدہ}}{\text{وتر}} = \frac{8}{17} \quad \text{(x)}$$

www.ilmkidunya.com

(c)



$$\sin\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{وتر}} = \frac{5}{13} \quad \text{(i)}$$

$$\cos\theta = \frac{\text{قاعدہ}}{\text{وتر}} = \frac{12}{13} \quad \text{(ii)}$$

$$\tan\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}} = \frac{5}{12} \quad \text{(iii)}$$

$$\sec\theta = \frac{\text{وتر}}{\text{قاعدہ}} = \frac{13}{12} \quad \text{(iv)}$$

$$\text{cosec}\,\theta = \frac{\text{وتر}}{\text{عمود}} = \frac{13}{5} \quad \text{(v)}$$

$$\cot\phi = \frac{\text{قاعدہ}}{\text{عمود}} = \frac{5}{12} \quad \text{(vi)}$$

$$\tan\phi = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}} = \frac{12}{5} \quad \text{(vii)}$$

$$cosec\,\phi = \frac{\text{وتر}}{\text{عمود}} = \frac{13}{12} \quad \text{(viii)}$$

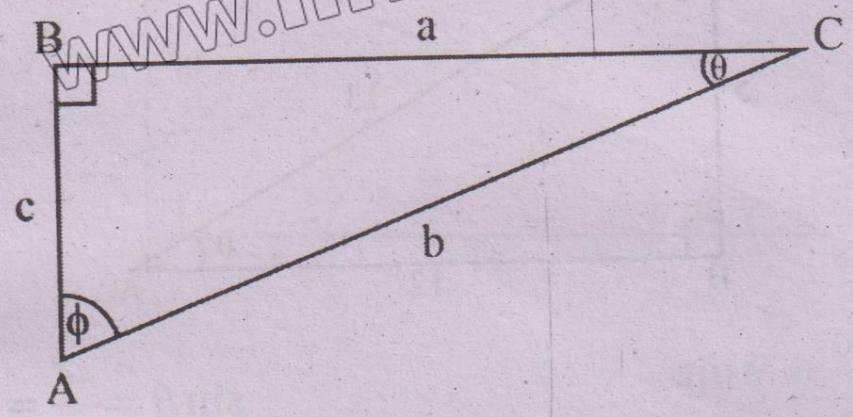
$$\sec\phi = \frac{\text{وتر}}{\text{قاعدہ}} = \frac{13}{5} \quad \text{(ix)}$$

$$cos\,\phi = \frac{\text{قاعدہ}}{\text{وتر}} = \frac{5}{13} \quad \text{(x)}$$

www.ilmkidunya.com

-2 درج ذیل قائمۃ الزاویہ مثلث ABC میں تکونیاتی نسبتیں معلوم کریں جبکہ

$m\angle A = \theta$ اور $m\angle A = \phi$



(i) $\sin\theta$

حل: $\sin\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{وتر}} = \frac{m\overline{BA}}{m\overline{AC}} = \frac{c}{b}$

(ii) $\cos\theta$

حل: $\cos\theta = \frac{\text{قاعدہ}}{\text{وتر}} = \frac{m\overline{BC}}{m\overline{AC}} = \frac{a}{b}$

(iii) $\tan\theta$

حل: $\tan\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}} = \frac{m\overline{BA}}{m\overline{BC}} = \frac{c}{b}$

(iv) $\sin\phi$

حل: $\sin\phi = \frac{\text{عمود}}{\text{وتر}} = \frac{m\overline{BC}}{m\overline{AC}} = \frac{a}{b}$

(v) $\cos\phi$

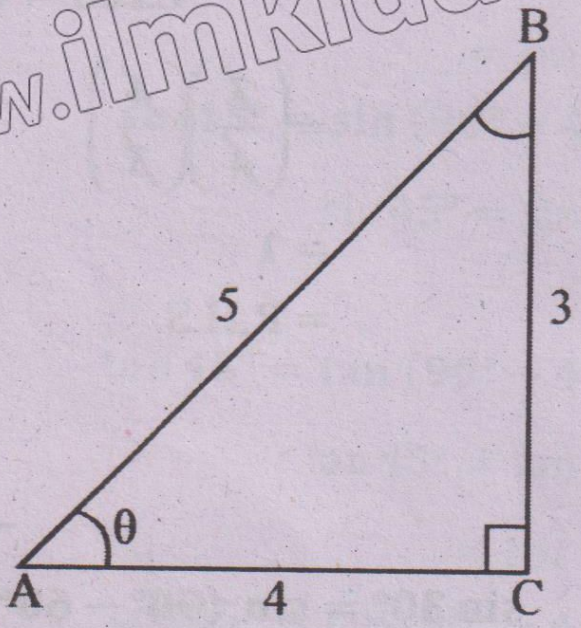
حل: $\cos\phi = \frac{\text{قاعدہ}}{\text{وتر}} = \frac{m\overline{BA}}{m\overline{AC}} = \frac{c}{b}$

(vi) $\tan\phi$

حل: $\tan\phi = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}} = \frac{m\overline{BC}}{m\overline{AB}} = \frac{a}{c}$

www.ilmkidunya.com

3- دی گئی شکل سے درج ذیل ثابت کریں۔



(i) $\sin\theta \ cosec\ \theta = 1$

حل: $L.H.S = \sin\theta \ cosec\ \theta$

$$= \left(\frac{\not{5}}{\not{5}}\right)\left(\frac{\not{5}}{\not{3}}\right)$$

$$= 1$$

$$= R.H.S$$

پس ثابت ہوا

(ii) $\cos\theta \ \sec\theta = 1$

حل: $L.H.S = \cos\theta \sec\theta$

$$= \left(\frac{\not{4}}{\not{5}}\right)\left(\frac{\not{5}}{\not{4}}\right)$$

$$= 1$$

$$= R.H.S$$

پس ثابت ہوا

www.ilmkidunya.com

$\tan\theta \cot\theta = 1$ (iii)

حل: L.H.S $= \tan\theta \cot\theta$

$$= \left(\frac{\beta}{A}\right)\left(\frac{A}{\beta}\right)$$

$$= 1$$

$$= \text{R.H.S}$$

پس ثابت ہوا

4- خالی جگہ پُر کریں۔

$\sin 30° = \sin\ (90° - 60°) =$ _____ (i)

حل: $\sin 30° = \sin\ (90° - 60°)$

$= cos\ 60°$

$\cos 30° = \cos(90° - 60°) =$ _____ (ii)

حل: $\cos 30° = \cos(90° - 60°)$

$= sin\ 60°$

$\tan 30° = \tan\ (90° - 60°) =$ _____ (iii)

حل: $\tan 30° = \tan\ (90° - 60°)$

$= cot\ 60°$

$\tan 60° = \tan\ (90° - 30°) =$ _____ (iv)

حل: $\tan 60° = \tan\ (90° - 30°)$

$= cot\ 30°$

$\sin 60° = \sin(90° - 30°) =$ _____ (v)

حل: $\sin 60° = \sin(90° - 30°)$

$= cos\ 30°$

www.ilmkidunya.com

$\cos 60° = \cos (90° - 30°) =$ ____ (vi)

حل: $\cos 60° = \cos (90° - 30°)$

$= sin\ 30°$

$\sin 45° = \sin (90° - 45°) =$ ____ (vii)

حل: $\sin 45° = \sin (90° - 45°)$

$= cos\ 45°$

$\tan 45° = \tan (90° - 45°) =$ ____ (viii)

حل: $\tan 45° = \tan (90° - 45°)$

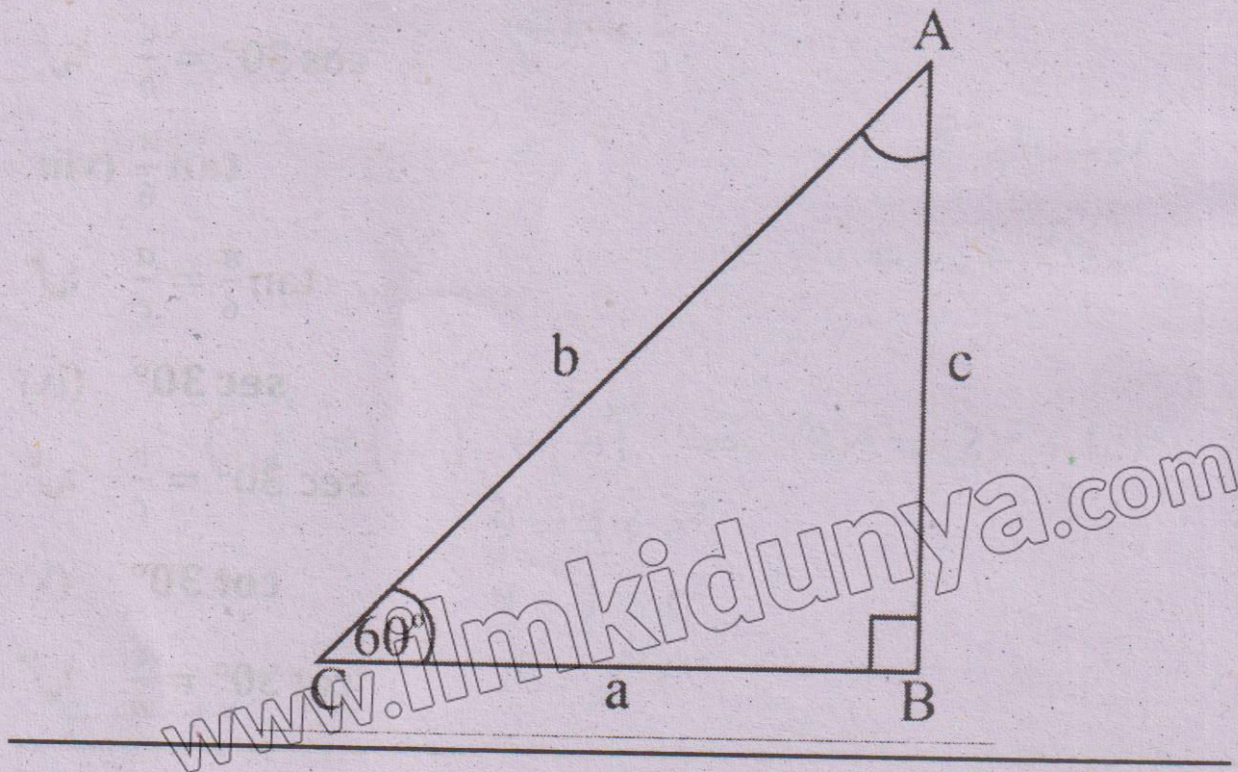
$= cot\ 45°$

$\cos 45° = \cos(90° - 45°) =$ ____ (ix)

حل: $\cos 45° = \cos(90° - 45°)$

$= \sin 45°$

5۔ قائمۃ الزاویہ مثلث ABC میں $m \angle A = 90°$ اور C ایک حادہ زاویہ ہے جس کی مقدار $60°$ ہے۔ مزید $\sin m \angle A\ \frac{a}{b}$ تو درج ذیل تکونیاتی نسبتیں معلوم کریں۔



www.ilmkidunya.com

$\frac{m\overline{BC}}{m\overline{AB}}$ (i)

حل: $\frac{m\overline{BC}}{m\overline{AB}} = \frac{a}{c}$

cos 60° (ii)

حل: $\cos 60° = \frac{m\overline{BC}}{m\overline{AC}} = \frac{a}{b}$

tan 60° (iii)

حل: $\tan 60° = \frac{c}{b}$

cosec $\frac{\pi}{3}$ (iv)

حل: $\text{cosec}\frac{\pi}{3} = \frac{b}{c}$

cot 60° (v)

حل: $\cot 60° = \frac{a}{c}$

sin 30° (vi)

حل: $\sin 30° = \frac{a}{b}$

cos 30° (vii)

حل: $\cos 30° = \frac{c}{b}$

tan $\frac{\pi}{6}$ (viii)

حل: $\tan\frac{\pi}{6} = \frac{a}{c}$

sec 30° (ix)

حل: $\sec 30° = \frac{b}{c}$

cot 30° (x)

حل: $\cot 30° = \frac{c}{a}$

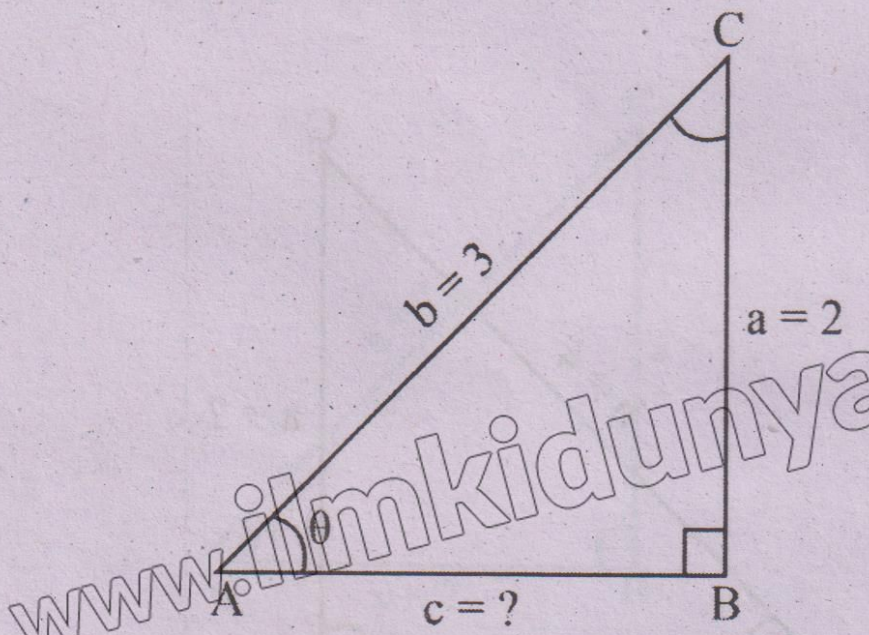
www.ilmkidunya.com

مشق 6.3

-1 اگر θ پہلے ربع میں ہے تو θ کی باقی تکونیاتی نسبتیں معلوم کریں۔

(i) $\sin\theta = \frac{2}{3}$

حل:



$$\sin\theta = \frac{2}{3}$$

تکونیات کی بقیہ نسبتیں

مسئلہ فیثاغورث کی رو سے

$$(\text{وتر})^2 = (\text{عمود})^2 + (\text{وتر})^2 \implies (3)^2 = (2)^2 + (c)^2$$

$$9 = 4 + c^2$$

$$9 - 4 = c^2$$

$$\sqrt{5} = \sqrt{c^2}$$

طرفین کا $\sqrt{\ }$ جذر لینے سے

$$\implies c = \sqrt{5}$$

www.ilmkidunya.com

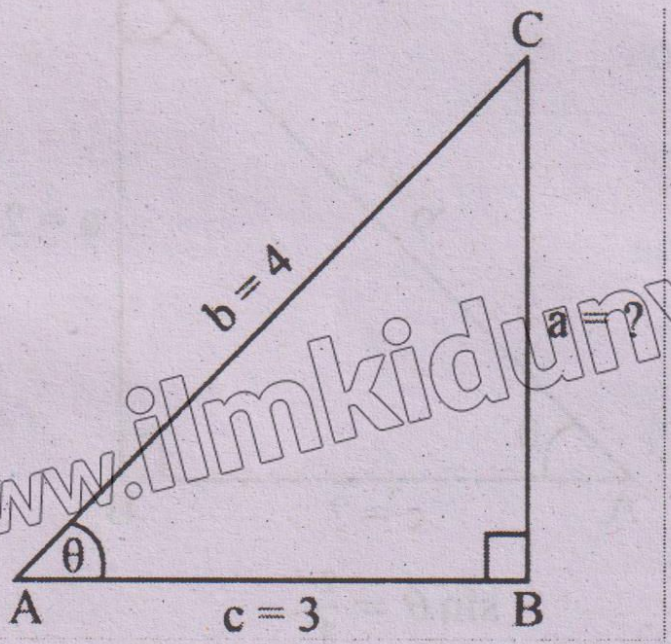
$$\operatorname{cosec}\theta = \frac{3}{2}$$

$$\cos\theta = \frac{\sqrt{5}}{3}, \sec\theta = \frac{3}{\sqrt{5}}$$

$$\tan\theta = \frac{2}{\sqrt{5}}, \cot\theta = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

(ii) $\cos\theta = \frac{3}{4}$

حل:



مسئلہ فیثاغورث کی رو سے

$$(\text{وتر})^2 = (\text{عمود})^2 + (\text{قاعدہ})^2 \Rightarrow (4)^2 = (a)^2 + (3)^2$$

$$16 = a^2 + 9$$

$$16 - 9 = a^2$$

طرفین کا $\sqrt{}$ لینے سے

$$\sqrt{7} = \sqrt{a^2}$$

$$\Rightarrow \quad a = \sqrt{7}$$

$$\cos\theta = \frac{3}{4}$$

www.ilmkidunya.com

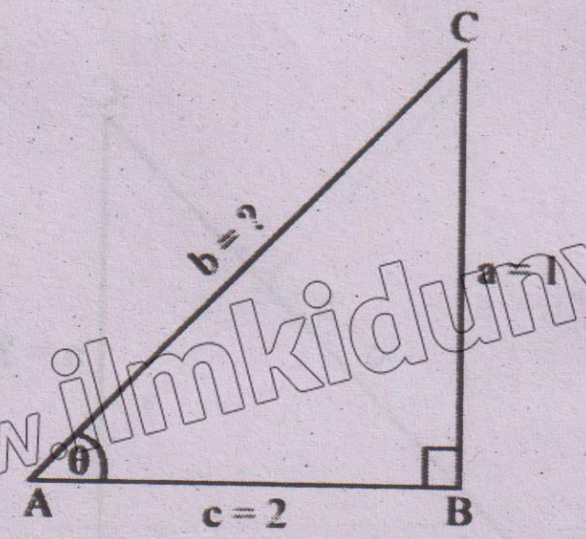
$$\sec\theta = \frac{4}{3}$$

$$\sin\theta = \frac{\sqrt{7}}{4}, \quad cosec\,\theta = \frac{4}{\sqrt{7}}$$

$$\tan\theta = \frac{\sqrt{7}}{3}, \quad \cot\theta = \frac{3}{\sqrt{7}}$$

(iii) $\tan\theta = \frac{1}{2}$

حل:



مسئلہ فیثاغورث کی رو سے

$$(\text{وتر})^2 = (\text{عمود})^2 + (\text{قاعدہ})^2 \Rightarrow (b)^2 = (a)^2 + (c)^2$$

$$b^2 = (1)^2 + (2)^2$$

$$b^2 = 1 + 4$$

طرفین کا $\sqrt{}$ لینے سے

$$\sqrt{b^2} = \sqrt{5}$$

$$\Rightarrow \quad b = \sqrt{5}$$

$$\tan\theta = \frac{1}{2}$$

www.ilmkidunya.com

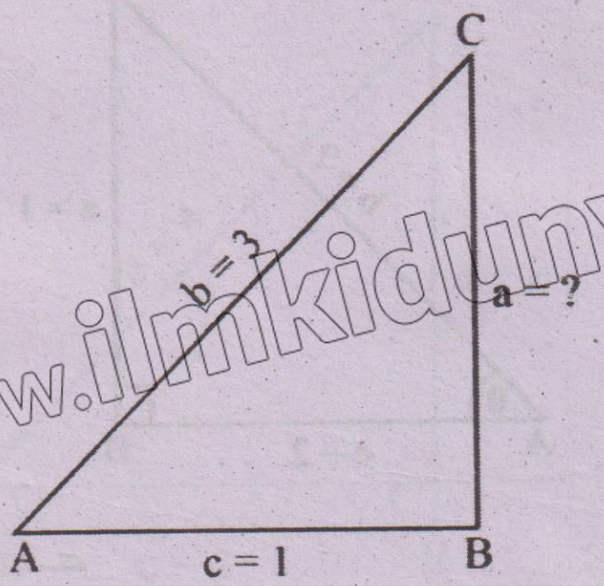
$$\cot\theta = \frac{4}{3}$$

$$\sin\theta = \frac{1}{\sqrt{5}}\ ,\ cosec\,\theta = \sqrt{5}$$

$$\cos\theta = \frac{2}{\sqrt{5}}\ ,\ \sec\theta = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$$

(iv) $\sec\theta = 3$

حل:



مسئلہ فیثاغورث کی رو سے

$$(\text{وتر})^2 = (\text{عمود})^2 + (\text{قاعدہ})^2$$

$$(3)^2 = (a)^2 + (1)^2$$

$$9 - 1 = (a)^2$$

طرفین کا $\sqrt{}$ لینے سے

$$\sqrt{8} = \sqrt{a^2}$$

$$\Rightarrow \quad a = 2\sqrt{2}$$

$$\sec\theta = 3$$

www.ilmkidunya.com

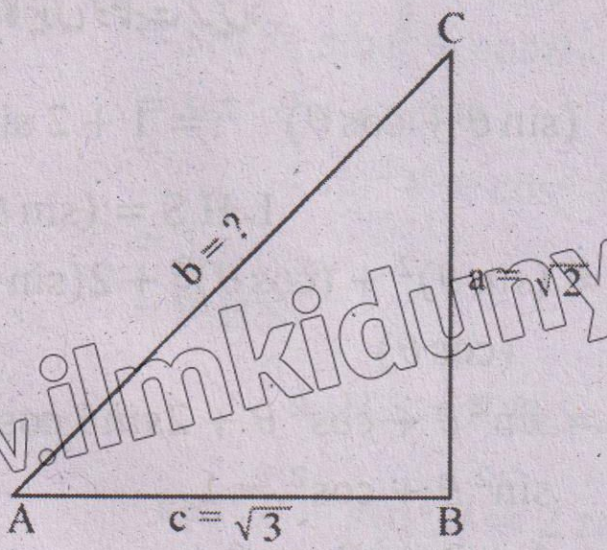
$$\cos\theta = \frac{1}{3}$$

$$\sin\theta = \frac{2\sqrt{2}}{3}, \quad cosec\,\theta = \frac{3}{2\sqrt{2}}$$

$$\tan\theta = \frac{2\sqrt{2}}{1}, \quad \cot\theta = \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

(v) $\cot\theta = \sqrt{\frac{3}{2}}$

حل:



مسئلہ فیثاغورث کی رو سے

$$(\text{وتر})^2 = (\text{عمود})^2 + (\text{قاعدہ})^2$$

$$(b)^2 = \left(\sqrt{2}\right)^2 + \left(\sqrt{3}\right)^2$$

$$b^2 = 2 + 3$$

$$b^2 = 1 + 4$$

طرفین کا $\sqrt{}$ لیتے ہے

$$\sqrt{b^2} = \sqrt{5}$$

$$\Rightarrow \quad b = \sqrt{5}$$

www.ilmkidunya.com

$$\cot\theta = \sqrt{\frac{3}{2}}$$

$$\tan\theta = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$\sin\theta = \sqrt{\frac{2}{5}},\ cosec\,\theta = \sqrt{\frac{5}{2}}$$

$$\cos\theta = \sqrt{\frac{3}{5}},\ \sec\theta = \sqrt{\frac{5}{3}}$$

-2 درج ذیل تکونیاتی اکائیوں کو ثابت کریں:

$(\sin\theta + \cos\theta)^2 = 1 + 2\sin\theta\cos\theta$ حل:

$$L.H.S = (\sin\theta + \cos\theta)^2$$
$$= (\sin\theta)^2 + (\cos\theta)^2 + 2(\sin\theta)(\cos\theta)$$
$$= \sin^2\theta + \cos^2\theta + 2\sin\theta\cos\theta$$
$\sin^2\theta + \cos^2 = 1$
$$= 1 + 2\sin\theta\cos\theta$$
$$= R.H.S$$

L.H.S = R.H.S پس ثابت ہوا ہے

-3 $\frac{\cos\theta}{\sin\theta} = \frac{1}{\tan\theta}$

حل: $\frac{\cos\theta}{\sin\theta} = \frac{1}{\tan\theta}$

$$R.H.S = \frac{1}{\tan\theta}$$
$$= \frac{1}{\frac{\sin\theta}{\cos\theta}}$$
$$= \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$$
$$= L.H.S$$

www.ilmkidunya.com

$\frac{\sin\theta}{cosec\,\theta} + \frac{\cos\theta}{\sec\theta} = 1$ -4

حل: $\frac{\sin\theta}{cosec\,\theta} + \frac{\cos\theta}{\sec\theta} = 1$

$$L.H.S = \frac{\sin\theta}{cosec\,\theta} + \frac{\cos\theta}{\sec\theta}$$

$$= \sin\theta \cdot \frac{1}{cosec\,\theta} + \cos\theta \cdot \frac{1}{\sec\theta}$$

$$\therefore \sin\theta = \frac{1}{cosec\,\theta}$$

$$\therefore \cos\theta = \frac{1}{\sec\theta}$$

$$= \sin\theta \cdot \sin\theta + \cos\theta \cdot \cos\theta$$

$$= \sin^2\theta + \cos^2\theta$$

$$\therefore \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$$

$$= 1$$

$$= R.H.S$$

پس ثابت ہوا ہے L.H.S = R.H.S

$\cos^2\theta - \sin^2\theta = 2\cos^2\theta - 1$ -5

حل: $\cos^2\theta - \sin^2\theta = 2\cos^2\theta - 1$

$$L.H.S = \cos^2\theta - \sin^2\theta$$

$$\therefore \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$$

$$= \cos^2\theta - (1 - \cos^2\theta)$$

$$= \cos^2\theta - 1 + \cos^2\theta$$

$$= 2\cos^2\theta - 1$$

$$= R.H.S$$

پس ثابت ہوا ہے L.H.S = R.H.S

$\cos^2\theta - \sin^2\theta = 1 - 2\sin^2\theta$ -6

حل: $\cos^2\theta - \sin^2\theta = 1 - 2\sin^2\theta$

www.ilmkidunya.com

$$\text{L.H.S} = \cos^2\theta - \sin^2\theta$$

$$\therefore \sin^2\theta + \cos^2\theta$$

$$= 1 - \sin^2\theta - \sin^2\theta$$

$$= 1 - 2\sin^2\theta$$

$$= \text{R.H.S}$$

$$\frac{1-\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{\cos\theta}{1+\sin\theta} \quad -7$$

حل:

$$\frac{1-\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{\cos\theta}{1+\sin\theta}$$

$$\text{R.H.S} = \frac{\cos\theta}{1+\sin\theta}$$

$$= \frac{\cos\theta}{1+\sin\theta} \times \frac{1-\sin\theta}{1-\sin\theta}$$

$$= \frac{\cos\theta(1-\sin\theta)}{(1)^2-(\sin\theta)^2}$$

$$= \frac{\cos\theta(1-\sin\theta)}{1-\sin^2\theta}$$

$$= \frac{\cos\theta(1-\sin\theta)}{\cos^2\theta}$$

$$= \frac{\cancel{\cos\theta}\,(1-\sin\theta)}{\cancel{\cos\theta}\cdot\cos\theta}$$

$$= \frac{1-\sin\theta}{\cos\theta}$$

$$= \text{L.H.S}$$

پس ثابت ہوا ہے $\text{L.H.S} = \text{R.H.S}$

$$(\sec\theta - \tan\theta)^2 = \frac{1-\sin\theta}{1+\sin\theta} \quad -8$$

حل:

$$(\sec\theta - \tan\theta)^2 = \frac{1-\sin\theta}{1+\sin\theta}$$

$$\text{L.H.S} = (\sec\theta - \tan\theta)^2$$

$$= \left(\frac{1-\sin\theta}{\cos\theta}\right)^2$$

$$= \frac{(1-\sin\theta)^2}{\cos^2\theta}$$

www.ilmkidunya.com

$$= \frac{(1-\sin\theta)(1-\sin\theta)}{(1-\sin^2\theta)}$$

$$= \frac{(1-\sin\theta)\cancel{(1-\sin\theta)}}{(1-\sin\theta)\cancel{(1-\sin\theta)}}$$

$$= \frac{1-\sin\theta}{1+\sin\theta}$$

$$= \text{R.H.S}$$

پس ثابت ہوا ہے L.H.S = R.H.S

-9 $\mathbf{(\tan\theta + \cot\theta)^2 = \sec^2\theta\, cosec^2\theta}$

حل: $(\tan\theta + \cot\theta)^2 = \sec^2\theta\, cosec^2\theta$

$$\text{L.H.S} = (\tan\theta + \cot\theta)^2$$

$$= \left(\frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{\cos\theta}{\sin\theta}\right)^2$$

$$= \left(\frac{\sin^2\theta + \cos^2\theta}{\cos\theta\ \sin\theta}\right)^2$$

$$\therefore \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$$

$$= \left(\frac{1}{\cos\theta\ \sin\theta}\right)^2$$

$$= \frac{1}{\cos^2\theta \cdot sin62\,\theta}$$

$$= \sec^2\theta\, cosec^2\theta$$

$$= \text{R.H.S}$$

پس ثابت ہوا ہے L.H.S = R.H.S

-10 $\mathbf{\frac{\tan\theta+\sec\theta-1}{\tan\theta-\sec\theta+1} = \tan\theta + \sec\theta}$

حل: $\frac{\tan\theta+\sec\theta-1}{\tan\theta-\sec\theta+1} = \tan\theta + \sec\theta$

$$\text{L.H.S} = \frac{\tan\theta+\sec\theta-1}{\tan\theta-\sec\theta+1}$$

$$\therefore 1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta$$

www.ilmkidunya.com

$$1 = \sec^2\theta - \tan^2\theta$$

$$= \frac{(\tan\theta+\sec\theta)(\sec^2\theta-\tan^2\theta)}{\tan\theta-\sec\theta+1}$$

$$= \frac{(\tan\theta+\sec\theta)-[(\sec\theta+\tan\theta)(\sec\theta-\tan\theta)]}{\tan\theta+\sec\theta+1}$$

$$= \frac{(\tan\theta+\sec\theta)\,[1-(\sec\theta-\tan\theta)]}{(\tan\theta-\sec\theta+1)}$$

$$= \frac{(\tan\theta+\sec\theta)(1-\sec\theta+\tan\theta)}{(\tan\theta-\sec\theta+1)}$$

$$= \frac{(\tan\theta+\sec\theta)\,\cancel{(\tan\theta-\sec\theta+1)}}{\cancel{(\tan\theta-\sec\theta+1)}}$$

$$= \tan\theta + \sec\theta$$

$$= \text{R.H.S}$$

L.H.S = R.H.S پس ثابت ہوا ہے

$\sin^3\theta - \cos^3\theta = (\sin\theta - \cos\theta)(1 + \sin\theta\cos\theta)$ -11

حل: $\text{L.H.S} = \sin^3\theta - \cos^3\theta$

$\therefore \quad (a^3-b^3) = (a-b)(a^2+ab+b^2)$

$$= (\sin\theta - \cos\theta)(\sin^2\theta + \sin\theta \cos\theta + \cos^2\theta)$$

$$= (\sin\theta - \cos\theta)(\sin^2\theta + \cos^2\theta + \sin\theta\ \cos\theta)$$

$$= (\sin\theta - \cos\theta)(1 + \sin\theta\ \cos\theta)$$

$$= \text{R.H.S}$$

L.H.S = R.H.S پس ثابت ہوا ہے

$\sin^6\theta - \cos^6\theta = (\sin^2\theta - \sin^2\theta)(1 + \sin^2\theta\cos^2\theta)$ -12

$\sin^6\theta - \cos^6\theta = (\sin^2\theta - \sin^2\theta)(1 - \sin^2\theta\cos^2\theta)$ حل:

$\text{L.H.S} = \sin^6\theta - \cos^6\theta$

www.ilmkidunya.com

$= (\sin^2\theta)^3 - (\cos^2\theta)^3$

$\therefore\ a^3 - b^3 = (a-b)(a^2+ab+b^2)$

$= (\sin^2\theta - \cos^2\theta)[(\sin^2\theta^2) +$
$\cos^2\theta + (\cos^2\theta)^2]$

$= (\sin^2\theta - \cos^2\theta)[(\sin^2\theta)^2 +$
$(\cos^2\theta)^2 + 2(\sin^2\theta)(\cos^2\theta)$
$-2\sin^2\theta\ \cos^2\theta$

$= (\sin^2\theta - \cos^2\theta)[(\sin^2\theta + \cos^2\theta)^2 -$
$\sin^2\theta\cos^2\theta]$

$= (\sin^2\theta - \cos^2\theta)(1 - \sin^2\theta\cos^2\theta)$

= R.H.S

پس ثابت ہوا ہے L.H.S = R.H.S

مشق 6.4

-1 کیلکولیٹر کے استعمال کے بغیر درج ذیل تکونیاتی نسبتوں کی مقداریں معلوم کریں۔

(i) $\sin 30°$

حل: $\sin 30° = \frac{1}{2}$

(ii) $\cos 30°$

حل: $\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

(iii) $\tan\frac{\pi}{6}$

حل: $\tan\frac{\pi}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

(iv) $\tan 60°$

حل: $\tan 60° = \sqrt{3}$

(v) $\sec 60°$

حل: $\sec 60° = 2$ $\therefore\ \sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$

www.ilmkidunya.com

(vi) $\cos\frac{\pi}{3}$

حل: $\cos\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2}$

(vii) $\cot 60°$

حل: $\cot 60°=\frac{1}{\sqrt{3}}$

(viii) $\sin 60°$

حل: $\sin 60°=\frac{\sqrt{3}}{2}$

(ix) $\sec 30°$

حل: $\sec 30°=\frac{2}{\sqrt{3}}$

(x) $cosec\ 30°$

حل: $cosec\ 30°=2$

(xi) $\sin 45°$

حل: $\sin 45°=\frac{1}{\sqrt{3}}$

(xii) $\cos\frac{\pi}{4}$

حل: $\cos\frac{\pi}{2}=\frac{1}{\sqrt{3}}$

2- پڑتال کریں:

(i) $2\sin 60°\cos 60°$

حل: $2\sin 60°\cos 60°$

$$=\cancel{2}\left(\frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}}\right)\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

(ii) $2\cos\frac{\pi}{6}\sin\frac{\pi}{6}$

حل: $2\cos\frac{\pi}{6}\sin\frac{\pi}{6}$

www.ilmkidunya.com

$$= 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2}$$

(iii) $2\sin 45° + 2\cos 45°$

حل: $2\sin 45° + 2\cos 45°$

$$= 2\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) + 2\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

$$= \frac{2+2}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{4}{\sqrt{2}} = 2 \times \frac{2}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{a}{\sqrt{a}} = \sqrt{a}$$

$$= 2\sqrt{2}$$

(iv) $\sin 60° \cos 30° + \cos 60° \sin 30°$

حل: $\sin 60° \cos 30° + \cos 60° \sin 30°$

$$= \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$= \frac{\left(\sqrt{3}\right)^2}{4} + \frac{1}{4}$$

$$= \frac{3+1}{4} = \frac{4}{4}$$

$$= 1$$

(v) $\cos 60° \cos 30° - \sin 60° \sin 30°$

حل: $\cos 60° \cos 30° - \sin 60° \sin 30°$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4}$$

www.ilmkidunya.com

$$= \frac{\sqrt{3}-\sqrt{3}}{4}$$

$$= \frac{0}{4}$$

$$= 0$$

$\sin 60° \cos 30° - \cos 60° \sin 30°$ (vi)

حل: $\sin 60° \cos 30° - \cos 60° \sin 30°$

$$= \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$= \frac{\left(\sqrt{3}\right)^2}{4} - \frac{1}{4}$$

$$= \frac{3}{4} - \frac{1}{4}$$

$$= \frac{3-1}{4}$$

$$= \frac{2^1}{4_2}$$

$$= \frac{1}{2}$$

$\cos 60° \cos 30° + \sin 60° \sin 30°$ (vii)

حل: $\cos 60° \cos 30° + \sin 60° \sin 30°$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$= \frac{\sqrt{3}+\sqrt{3}}{4}$$

$$= \frac{2\sqrt{3}}{4_2}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2}$$

www.ilmkidunya.com

(viii) $\tan\frac{\pi}{6}\cot\frac{\pi}{6}+1$

حل: $\tan\frac{\pi}{6}\cot\frac{\pi}{6}+1$

$$=\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)\left(\sqrt{3}\right)+1$$

$$=1+1=2$$

-3 اگر $\sin\frac{\pi}{4}$ اور $\cos\frac{\pi}{4}$ کی قیمت $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ہو تو درج ذیل مقداریں معلوم کریں۔

(i) $2\sin 45^\circ - 2\cos 45^\circ$

حل: $2\sin 45^\circ - 2\cos 45^\circ$

$$=2\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)-2\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

$$=\frac{2}{\sqrt{2}}-\frac{2}{\sqrt{2}}$$

$$=\frac{2-2}{\sqrt{2}}$$

$$=0$$

(ii) $3\cos 45^\circ + 4\sin 45^\circ$

حل: $3\cos 45^\circ + 4\sin 45^\circ$

$$=3\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)+4\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

$$=\frac{3}{\sqrt{2}}+\frac{4}{\sqrt{2}}$$

$$=\frac{3+4}{\sqrt{2}}$$

$$=\frac{7}{\sqrt{2}}$$

(iii) $5\cos 45^\circ - 3\sin 45^\circ$

حل: $5\cos 45^\circ - 3\sin 45^\circ$

$$=2\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)-3\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

www.ilmkidunya.com

$$= \frac{5}{\sqrt{2}} - \frac{3}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{5-3}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{(\sqrt{2})^2}{\sqrt{2}}$$

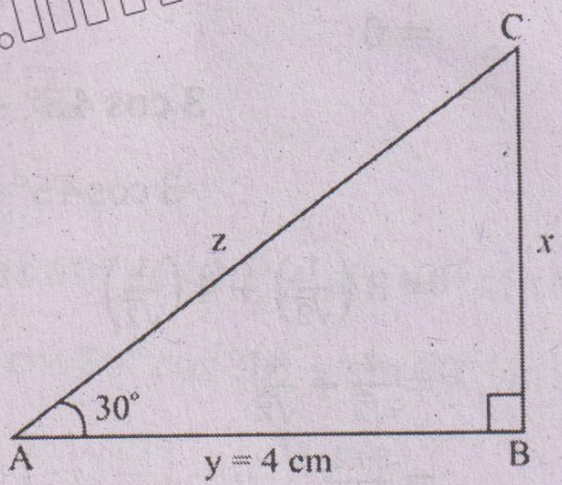
$$= \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$= \sqrt{2}$$

مشق 6.5

-1 درج ذیل باقاعدہ قائمۃ الزاویہ مثلثوں میں x، y، z کی مقداریں معلوم کریں۔

(i)



حل: ہمیں x اور z معلوم کرنے کی ضرورت ہے۔

$$m\angle A = 30°, m\angle B = 90°$$

اب، $\tan\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}}$

$$\tan 30° = \frac{x}{y}$$

www.ilmkidunya.com

$$\Rightarrow \quad x = y \tan 30°$$

$$= 4 \times \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$x = \frac{4}{\sqrt{3}}\ cm$$

$$\cos\theta = \frac{\text{قاعدہ}}{\text{وتر}}$$

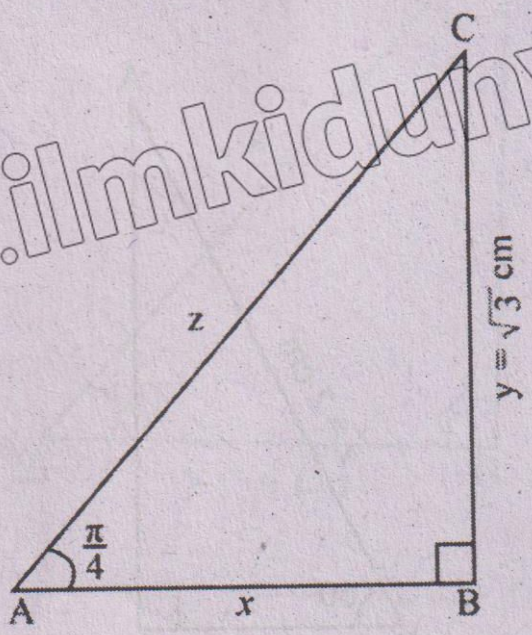
$$\cos 30° = \frac{y}{z}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{4}{z}$$

$$z\sqrt{3} = 2 \times 4$$

$$\Rightarrow \quad z = \frac{8}{\sqrt{3}}\ cm$$

(ii)



حل: ہمیں x اور z معلوم کرنے کی ضرورت ہے۔

$$m\angle A = \frac{\pi}{4}\ ,\ m\angle B = 90°$$

$$\sin\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{وتر}}$$ اب

$$\sin\frac{\pi}{4} = y$$

$$z\ zin\frac{\pi}{4} = y$$

www.ilmkidunya.com

$$z\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \sqrt{3}$$

$$z = \sqrt{3} \times \sqrt{2}$$

$$z = \sqrt{6}\ cm$$

$$\cos\theta = \frac{\text{قاعدہ}}{\text{وتر}}$$

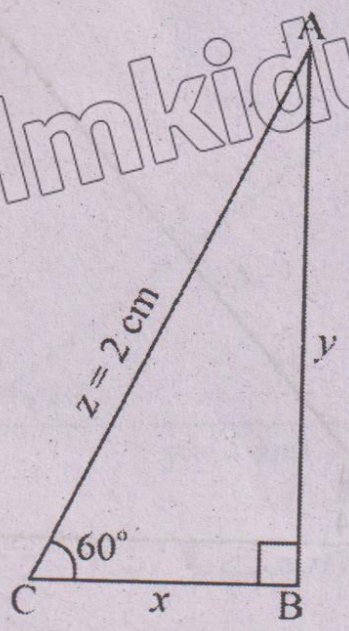
$$\cos\frac{\pi}{4} = \frac{x}{\sqrt{6}}$$

$$\Rightarrow \quad x = \sqrt{6}\cos\frac{\pi}{4}$$

$$= \sqrt{6}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

$$x = \sqrt{3}\ cm$$

(iii)



حل: ہمیں x اور y معلوم کرنے کی ضرورت ہے۔

$$m\angle C = 60°\ ,\ m\angle B = 90°$$

$$\sin\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{وتر}}$$

اب،

$$\sin 60° = \frac{y}{z}$$

$$z\sin 60° = y$$

www.ilmkidunya.com

$$\Rightarrow \quad y = \not{2}\left(\frac{\sqrt{3}}{\not{2}}\right)$$

$$\cos\theta = \frac{\text{قاعدہ}}{\text{وتر}}$$

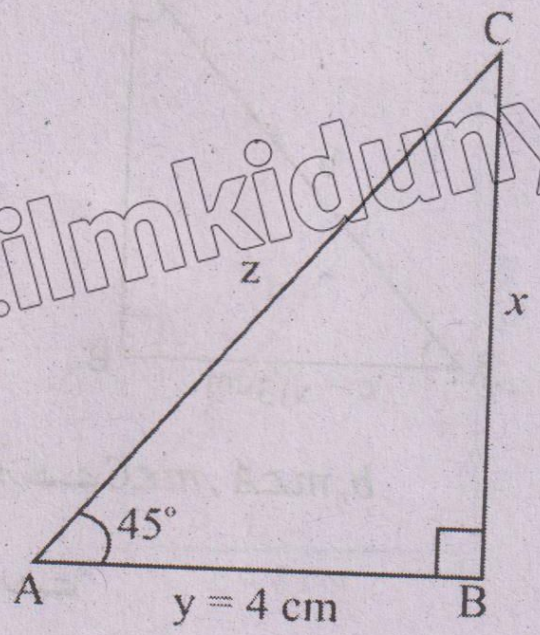
$$\cos 60° = \frac{x}{z}$$

$$\Rightarrow \quad x = z\cos 60°$$

$$= \not{z}\left(\frac{1}{\not{z}}\right)$$

$$x = 1\ cm$$

(iv)



حل: ہمیں x اور z معلوم کرنے کی ضرورت ہے۔

$$\tan\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}}$$ استعمال کرتے ہیں

$$\tan 45° = \frac{x}{y}$$

$$\Rightarrow \quad x = y\tan 45°$$

$$x = 4(1)$$

$$x = 4\ cm$$

www.ilmkidunya.com

$$\sin\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{وتر}}$$

$$\sin 45° = \frac{x}{z}$$

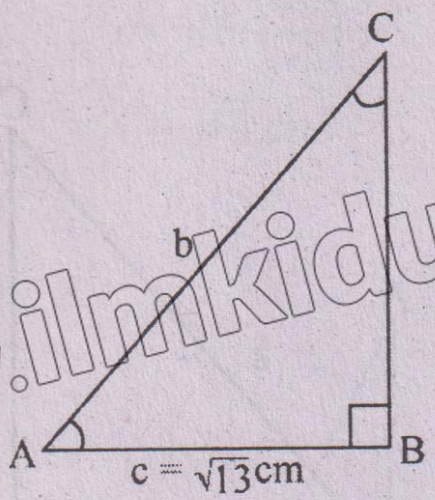
$$z = \frac{x}{\sin 45°}$$

$$z = \frac{4}{\frac{1}{\sqrt{2}}}$$

$$z = 4\sqrt{2}\ cm$$

2- درج ذیل مثلثوں کے نامعلوم اضلاع اور زاویے معلوم کریں۔

(i)



حل: معلوم کرنے کی ضرورت ہے $b, m\angle A, m\angle C$

مسئلہ فیثا غورث کی رو سے

$$(\text{وتر})^2 = (\text{عمود})^2 + (\text{قاعدہ})^2$$

$$(b)^2 = (a)^2 + (c)^2$$

$$b^2 = (\sqrt{3})^2 + (\sqrt{13})^2$$

$$b^2 = 3 + 13$$

$$b^2 = 16$$

$$\Rightarrow \quad b = 4\ cm$$

www.ilmkidunya.com

$$\sin m\angle A = \frac{9}{6}$$

$$\Rightarrow \quad m\angle A = \sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right)$$

$$m\angle A = 25.64°$$

ہم جانتے ہیں

$$m\angle A + m\angle B = m\angle C = 180°$$

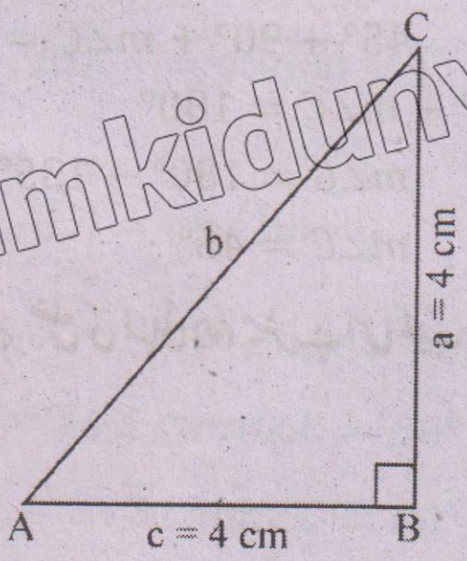
$$25.64° + 90° + m\angle C = 180°$$

$$115.64° + m\angle C = 180°$$

$$m\angle C = 180° - 115.64°$$

$$m\angle C = 64.36°$$

(ii)



حل: معلوم کرنے کی ضرورت ہے $b, m\angle A, m\angle C$

مسئلہ فیثاغورث کی رو سے

$$(\text{وتر})^2 = (\text{عمود})^2 + (\text{قاعدہ})^2$$

$$(b)^2 = (4)^2 + (4)^2$$

$$b^2 = 16 + 16$$

$$b^2 = 32$$

www.ilmkidunya.com

طرفین کا جذر لینے سے

$$\sqrt{h^2} = \sqrt{32}$$
$$b = 4\sqrt{2}\ cm$$

اب،

$$\tan m\angle A = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}}$$

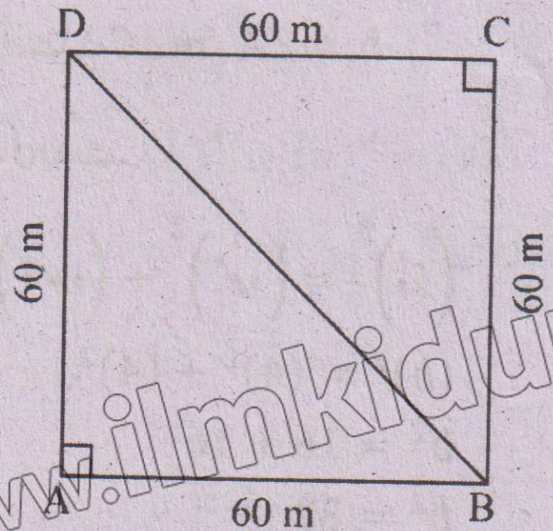
$$\tan m\angle A = \frac{4}{4}$$
$$m\angle A = \tan^{-1}(1)$$
$$m\angle A = 45°$$

ہم جانتے ہیں

$$m\angle A + m\angle B = m\angle C = 180°$$
$$45° + 90° + m\angle C = 180°$$
$$135° + m\angle C = 180°$$
$$m\angle C = 180° - 135°$$
$$m\angle C = 45°$$

3- ایک مربع کھیت کے ہر ضلع کی لمبائی 60 میٹر ہے اس کھیت کے وتروں کی مقداریں معلوم کریں۔

حل:



www.ilmkidunya.com

فرض کیا $ABCD$ ایک مربع کھیت ہے جس کے ہر ضلع کی لمبائی $60\ m$ لمبی ہے

فرض کیا $\overline{BD}$ وتر ہے

مسئلہ فیثاغورث کی رو سے

$$(\text{وتر})^2 = (\text{عمود})^2 + (\text{قاعدہ})^2$$

$$(\overline{BD})^2 = (60)^2 + (60)^2$$
$$= 3600 + 3600$$
$$= 7200$$

طرفین کا جذر لینے سے

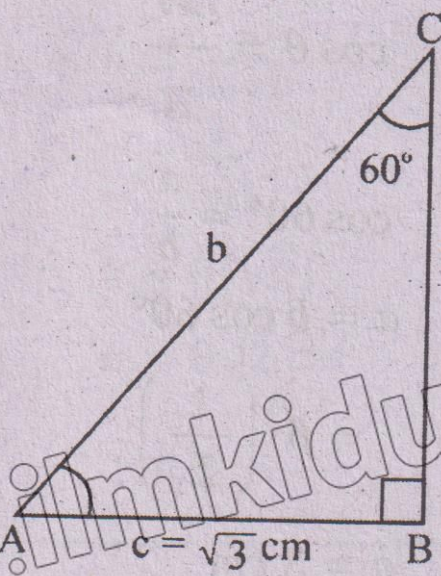
$$\sqrt{(\overline{BD})^2} = \sqrt{7200}$$
$$\overline{BD} = \sqrt{3600 \times 2}$$
$$= 60\sqrt{2}\ m$$

وتر کی لمبائی $= 60\sqrt{2}m.$

4- درج ذیل مثلثوں کو حل کریں جب کہ $m\angle B = 90°$:

(i) $c = 3\sqrt{3}\ cm, m\angle C = 60°$

حل: $c = 3\sqrt{3}\ cm, m\angle C = 60°$



www.ilmkidunya.com

$m\angle B = 90°, m\angle C = 60°$

$c = 3\sqrt{3}\ cm, a = ?, b = ?, m\angle A = ?$

$m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180°$ جیسا،

$m\angle A + 90° + 60° = 180°$

$m\angle A = 150° = 180°$

$m\angle A = 180° - 150$

$m\angle A = 30°$

اب،

$$\sin\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{وتر}}$$

$$\sin 60° = \frac{3\sqrt{3}}{b}$$

$$\Rightarrow \quad b = \frac{3\sqrt{3}}{\sin 60°}$$

$$b = \frac{3\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$b = 3 \times 2 = 6\ cm$$

$$\cos\theta = \frac{\text{قاعدہ}}{\text{وتر}}$$

$$\cos 60° = \frac{a}{b}$$

$$\Rightarrow \quad a = b\cos 60°$$

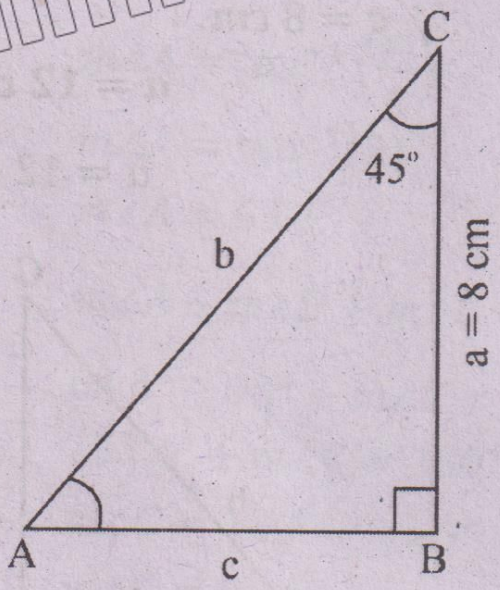
$$= 6\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$a = 3\ cm$$

www.ilmkidunya.com

(ii) $a = 8\ cm, m\angle C = 45°$,

حل: $a = 8\ cm, m\angle C = 45°$



www.ilmkidunya.com

ہم جانتے ہیں

$$m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180°$$

$$m\angle C + 90° + 45° = 180°$$

$$m\angle A = 180 - 135°$$

$$m\angle A = 45°$$

$$\sin\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{وتر}}$$

$$\sin 45° = \frac{a}{b}$$

$$b = \frac{a}{\sin 45°}$$

$$= \frac{8}{\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)}$$

$$b = 8(\sqrt{2})$$

$$b = 8\sqrt{2}\ cm$$

$$\tan\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}}$$

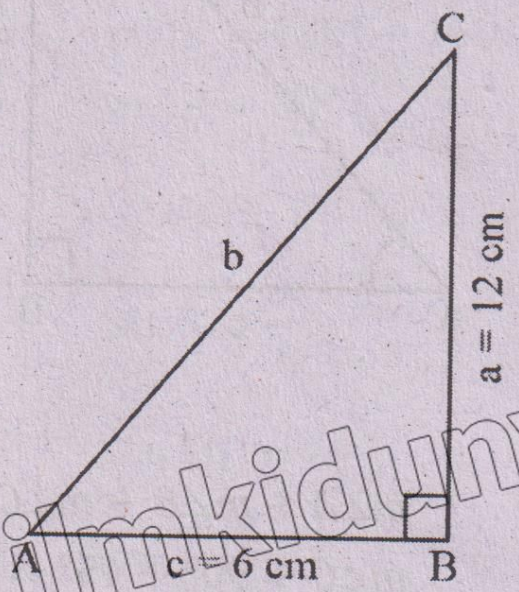
$$\tan 45° = \frac{a}{c}$$

$$1 = \frac{8}{c}$$

$$\Rightarrow \quad c = 8\ cm$$

$a = 12\ cm, c = 6\ cm$ (iii)

حل: $a = 12\ cm, c = 6\ cm$



مسئلہ فیثاغورث کی رو سے

$$(\text{وتر})^2 = (\text{عمود})^2 + (\text{قاعدہ})^2$$

$$(b)^2 = (a)^2 + (c)^2$$

$$b^2 = (2)^2 + (6)^2$$

$$b^2 = 144 + 36$$

$$b^2 = 180$$

طرفین کا جذر لینے سے

$$\sqrt{b^2} = \sqrt{180}$$

$$b = \sqrt{36 \times 5}$$

$$b = 6\sqrt{5}\ cm$$

www.ilmkidunya.com

$$\tan m\angle A = \frac{a}{c}$$

$$m\angle A = \tan^{-1}\left(\frac{12}{6}\right)$$

$$m\angle A = \tan^{-1}(2)$$

$$m\angle A = 63.4°$$

لہٰذا، $m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180°$

$$63.4° + 90° + m\angle C = 180°$$

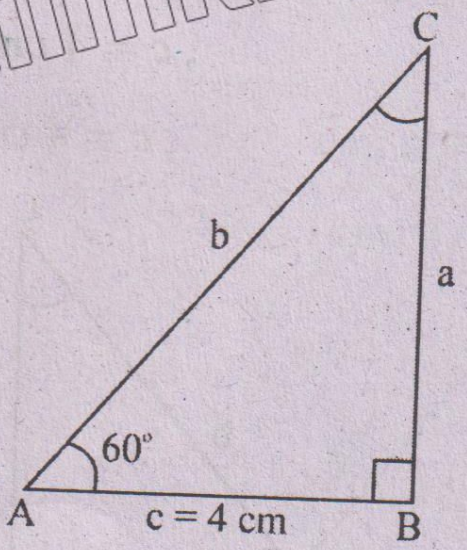
$$153.4° + m\angle C = 180°$$

$$m\angle C = 180° - 15.4°$$

$$m\angle C = 26.6°$$

(iv) $c = 4\ cm, m\angle A = 60°$

حل: $c = 4\ cm, m\angle A = 60°$



$a = ?,\ b = ?$

تکونیہ سے حاصل کرتے ہیں

$$m\angle A + m\angle B = m\angle C = 180°$$

$$60° + 90° + m\angle C = 180°$$

$$150° + m\angle C = 180°$$

www.ilmkidunya.com

$$m\angle C = 180° - 150°$$

$$m\angle C = 30°$$

اب،

$$\tan\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}}$$

$$\tan 60° = \frac{a}{c}$$

$$\sqrt{3} = \frac{a}{4}$$

$$\Rightarrow \quad a = 4\sqrt{3}\ \text{cm}$$

$$\cos\theta = \frac{\text{قاعدہ}}{\text{وتر}}$$

$$\cos 60° = \frac{c}{b}$$

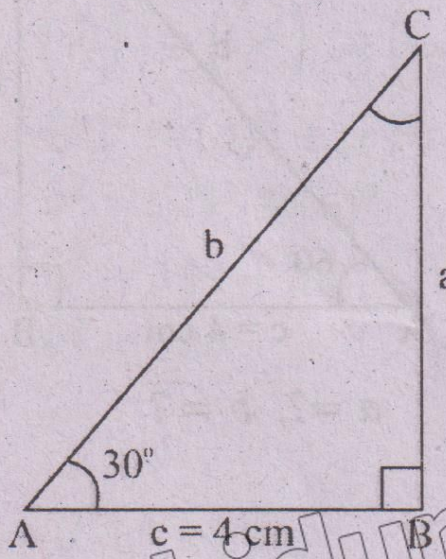
$$\frac{1}{2} = \frac{4}{b}$$

$$b \times 1 = 4 \times 2$$

$$b = 8\ cm$$

(v) $c = 4\ cm, m\angle A = 30°$

حل: $c = 4\ cm, m\angle A = 30°$



ہم جانتے ہیں

$$m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180°$$

www.ilmkidunya.com

$$30° + 90° + m\angle C = 180°$$

$$120° + m\angle C = 180°$$

$$m\angle C = 180° - 120°$$

$$m\angle C = 60°$$

اب، $\sin\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{وتر}}$, $\cos\theta = \frac{\text{قاعدہ}}{\text{وتر}}$

, $\sin 30° = \frac{a}{b}$ $\cos 30° = \frac{c}{b}$

$\Rightarrow$ $b = \frac{c}{\cos 30°}$ $\Rightarrow a = b \sin 30°$

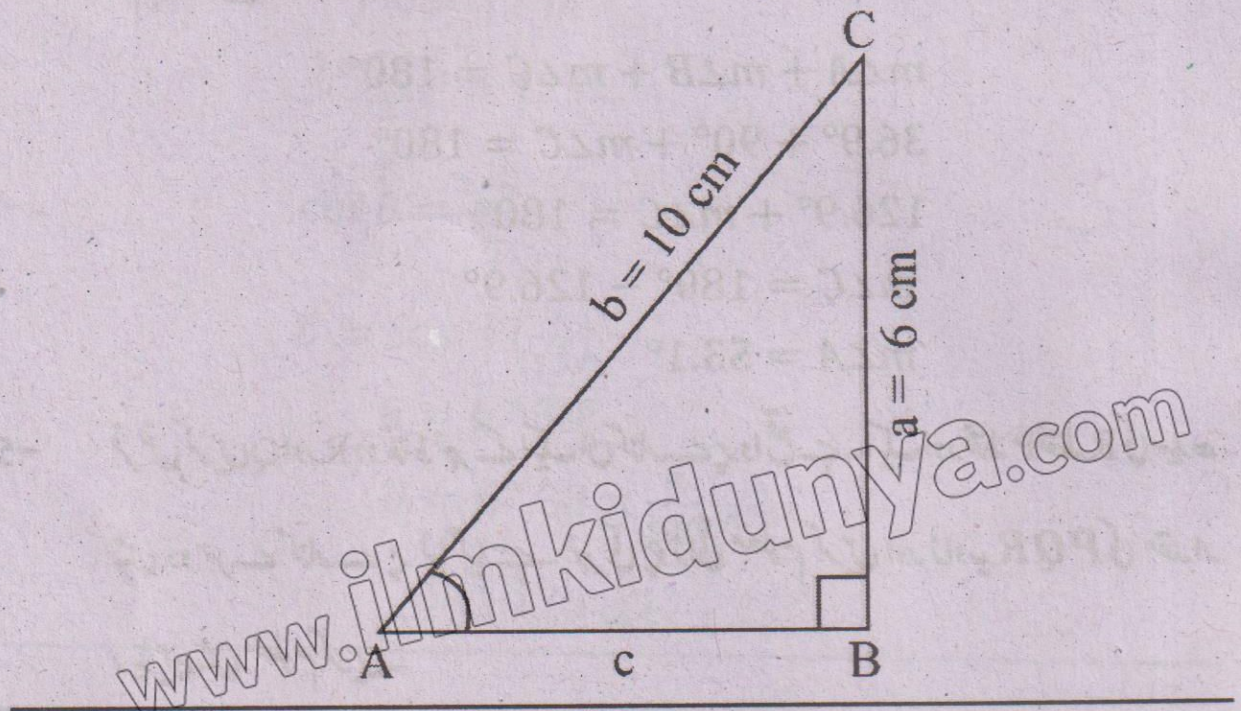
$b = \left(\frac{4}{\frac{\sqrt{3}}{2}}\right)$ $= \frac{8^{4}}{\sqrt{3}}\left(\frac{1}{2_{1}}\right)$

$b = \frac{4\times 2}{\sqrt{3}}$ $a = \frac{4}{\sqrt{3}}\ cm$

$b = \frac{8}{\sqrt{3}}\ cm$

cm, $a = 6\ cm b = 10$ (vi)

حل: cm, $a = 6\ cm b = 10$



www.ilmkidunya.com

$c = ?, m\angle A = ?, m\angle C = ?$

مسئلہ فیثاغورث کی رو سے

$$(\text{وتر})^2 + (\text{عمود})^2 + (\text{قاعدہ})^2$$

$$(b)^2 + (a)^2 + (c)^2$$

$$(10)^2 = (6)^2 + (c)^2$$

$$100 = 36 + c^2$$

$$100 - 36 = c^2$$

$$64 = c^2$$

طرفین کا جذر لینے سے

$$\sqrt{64} = \sqrt{c^2}$$

$$\Rightarrow \quad c = 8\ cm$$

اب،

$$\sin m\angle A = \frac{a}{b}$$

$$m\angle A = \sin^{-1}\left(\frac{6}{10}\right)$$

$$m\angle A = 36.9°$$

ہم جانتے ہیں

$$m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180°$$

$$36.9° + 90° + m\angle C = 180°$$

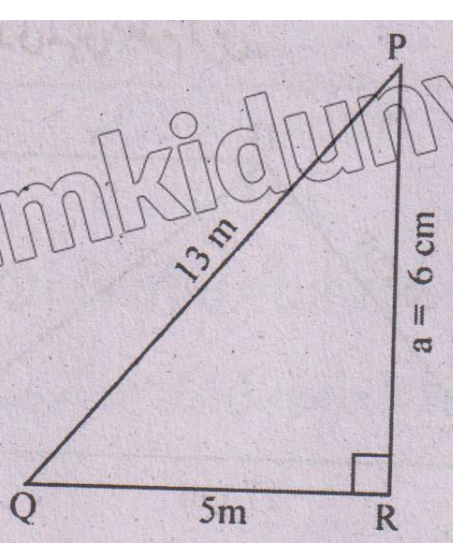
$$126.9° + m\angle C = 180°$$

$$m\angle C = 180° - 126.9°$$

$$m\angle A = 53.1°$$

5- فرض کریں Q اور R دو نقاط نہر کے ایک ہی کنارے پر واقع ہے۔ ایک اور نقطہ P نقطہ R کی سیدھ میں دوسرے کنارے پر لیا گیا ہے۔ نہر کی چوڑائی معلوم کریں اور زاویہ PQR کی مقدار ریڈین میں معلوم کریں۔

www.ilmkidunya.com



حل: مسئلہ فیثاغورث کی رو سے

$$(\text{وتر})^2 = (\text{عمود})^2 + (\text{قاعدہ})^2$$

$$(13)^2 = (\overline{PR})^2 + (5)^2$$

$$169 = (\overline{PR})^2 + 25$$

$$169 - 25 = (\overline{PR})^2$$

$$144 = (\overline{PR})^2$$

طرفین کا جذر لینے سے

$$\sqrt{144} = \sqrt{(\overline{PR})^2}$$

$$12 = \overline{PR}$$

$$\Rightarrow \quad \overline{PR} = 12\ m$$

$$\text{نہر کی چوڑائی} = 12\ m$$

اب،

$$\cos\theta = \frac{\text{قاعدہ}}{\text{وتر}}$$

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{5}{13}\right)$$

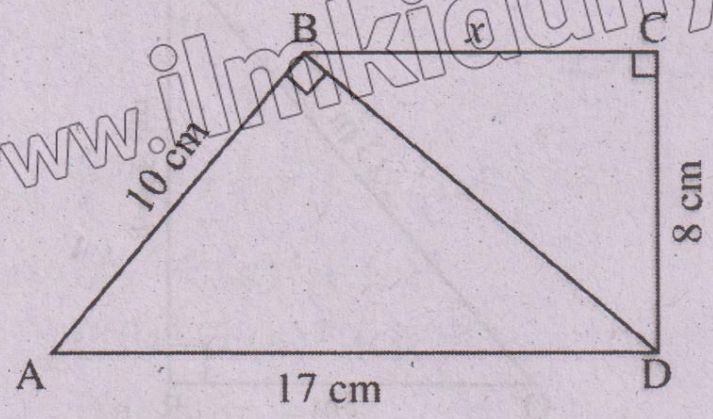
$$\theta = 67.38°$$

$$\theta = 67.38 \times \frac{\pi}{180} \text{ ریڈین}$$

$$= 1.176 \text{ ریڈین}$$

www.ilmkidunya.com

6- سامنے دی گئی شکل میں x کی لمبائی معلوم کریں۔



حل: قائمۃ الزاویہ مثلث ΔABD میں

مسئلہ فیثاغورث کی رو سے

$$(\text{وتر})^2 = (\text{عمود})^2 + (\text{قاعدہ})^2$$

$$(\overline{AD})^2 = (\overline{BD})^2 + (\overline{AB})^2$$

$$(17)^2 = (\overline{BD})^2 + (10)^2$$

$$289 - 100 = (\overline{BD})^2$$

$$189 = (\overline{BD})^2$$

اب، ΔBCD

$$(\text{وتر})^2 = (\text{عمود})^2 + (\text{قاعدہ})^2$$

$$(\overline{BD})^2 = (\overline{CD})^2 + (\overline{BC})^2$$

$$189 = (8)^2 + (\overline{BC})^2$$

$$189 - 64 = (\overline{BC})^2$$

$$125 = (x)^2$$

طرفین کا جذر لینے سے

$$\sqrt{125} = \sqrt{x^2}$$

www.ilmkidunya.com

$$\sqrt{25 \times 5} = x62$$

$$\Rightarrow \qquad x = 5\sqrt{5}\ cm$$

7- ایک سیڑھی دیوار کے ساتھ اِس طرح کھڑی کی گئی ہے کہ اُس کا پایا دیوار سے 2 میٹر کے فاصلے پر ہے اگر سیڑھی کی لمبائی 8 میٹر ہو تو دیوار کی بلندی معلوم کریں۔

حل:



مسئلہ فیثاغورث کی رو سے

$$(\text{وتر})^2 = (\text{عمود})^2 + (\text{قاعدہ})^2$$

$$(8)^2 = (x)^2 + (2)^2$$

$$64 = x^2 + 4$$

$$64 - 4 = x^2$$

طرفین کا جذر لینے سے

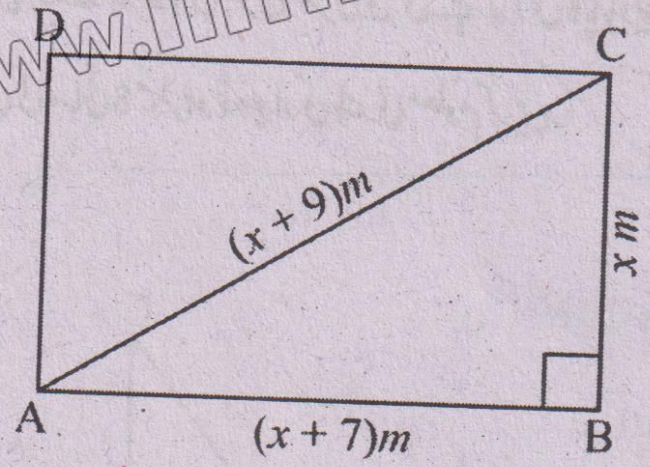
$$\sqrt{60} = \sqrt{x^2}$$

$$7.75m = x$$

پس دیوار کی اونچائی $= 7.75\ m.$

www.ilmkidunya.com

8- ایک مستطیلی کھیت کا وتر $(x+9)m$ اور اضلاع $(x+7)m$ اور $x\,m$ ہیں۔ x کی قیمت معلوم کریں۔



حل: قائمۃ الزاویہ مثلث ΔABD میں

مسئلہ فیثا غورث کی رو سے

$$(\text{وتر})^2 = (\text{عمود})^2 + (\text{قاعدہ})^2$$

$$(x+9)^2 = (x+7)^2 + (x)^2$$

$$x^2 + (9)^2 + 2(x)(9) = (x)^2 + (7)^2 + 2(x)(7) + x^2$$

$$x^2 + 81 + 18x = x^2 + 49 + 14x + x^2$$

$$x^2 + 18x + 81 = 2x^2 + 14x + 49$$

$$\Rightarrow \quad 2x^2 - x^2 + 14x - 18x + 48 - 81 = 0$$

$$x^2 - 4x - 32 = 0$$

$$x^2 - 8x + 4x - 32 = 0$$

$$x(x-8) + 4(x-8) = 0$$

$$(x-8)(x+4) = 0$$

$$x - 8 = 0 \qquad x + 4 = 0$$

$$x = 8 \qquad x = -4$$

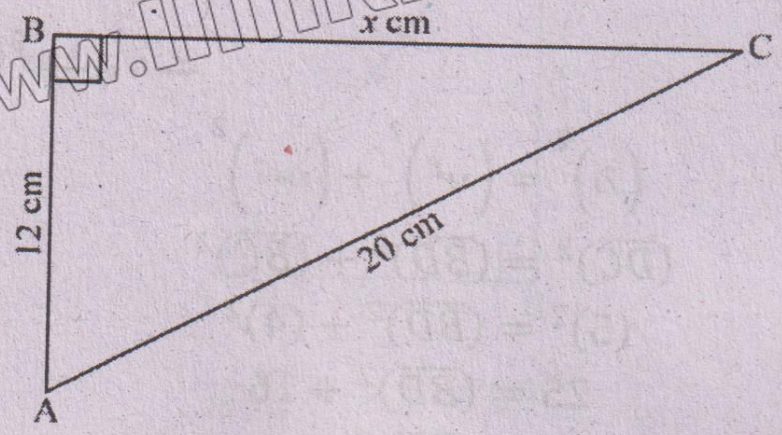
ممکن نہیں

$$\Rightarrow \quad \boxed{x = 8\,m}$$

www.ilmkidunya.com

9- ہر ایک جزو میں x کی قیمت معلوم کریں۔

(i)



حل: پہلی صورت

مسئلہ فیثاغورث کی رو سے

$$(\text{وتر})^2 = (\text{عمود})^2 + (\text{قاعدہ})^2$$

$$(20)^2 = (x)^2 + (12)^2$$

$$400 = x^2 + 144$$

$$\Rightarrow \quad x^2 = 400 - 144$$

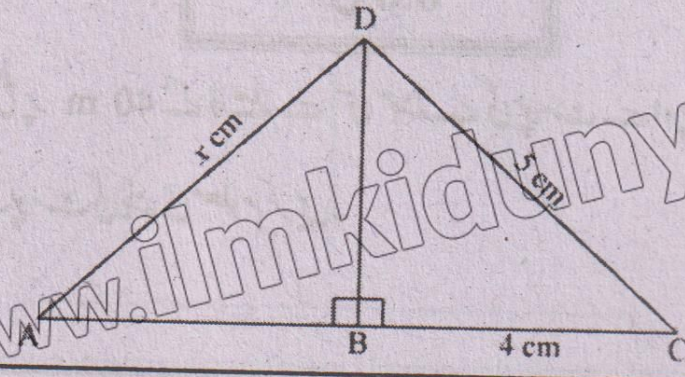
$$x^2 = 256$$

طرفین کا جذر لینے سے

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{256}$$

$$x = 16\ cm$$

(ii)



www.ilmkidunya.com

حل: دوسری صورت

ΔBCD میں

مسئلہ فیثاغورث کی رو سے

$$(\text{وتر})^2 = (\text{عمود})^2 + (\text{قاعدہ})^2$$

$$(\overline{DC})^2 = (\overline{BD})^2 + (\overline{BC})^2$$

$$(5)^2 = (\overline{BD})^2 + (4)^2$$

$$25 = (\overline{BD})^2 + 16$$

$$25 - 16 = (\overline{BD})^2$$

$$9 = (\overline{BD})^2$$

$$3\ cm = \overline{BD}$$

ΔBCD میں

مسئلہ فیثاغورث کی رو سے

$$(\text{وتر})^2 = (\text{عمود})^2 + (\text{قاعدہ})^2$$

$$(x)^2 = (3)^2 + (4)^2$$

$$x^2 = 9 + 16$$

$$x^2 = 25$$

طرفین کا جذر لینے سے $\sqrt{x^2} = \sqrt{25}$

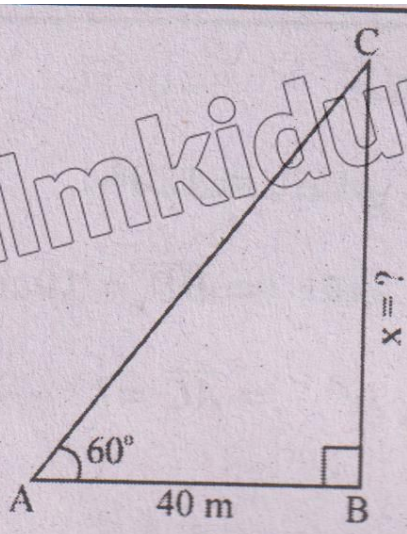
$$x = 5\ cm$$

مشق 6.6

1۔ زمین کی سطح پر 40 m کے فاصلے سے کسی جھنڈے کی پوسٹ سے اوپر والی سطح کا زاویہ نزول $60°$ ہے۔ پوسٹ کی بلندی معلوم کریں۔

حل:

www.ilmkidunya.com



زاویہ نزول $= \theta = 60°$

جھنڈ کی پوسٹ کی طرف فاصلہ $= \overline{AB} = 40m$

پوسٹ کی اونچائی $= x = ?$

$$\tan\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}}$$

$$\tan 60° = \frac{x}{40}$$

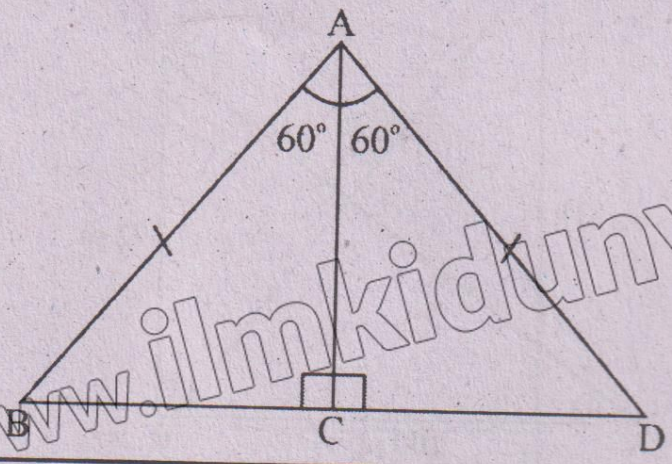
$$\Rightarrow x = 40 \tan 60°$$

$$x = 40 \times \sqrt{3}$$

پس پوسٹ کی اونچائی $\boxed{x = 69.28\ m}$

2- ایک مساوی الساقین مثلث میں راسی زاویہ $120°$ ہے۔ اگر مثلث کے قاعدہ کی لمبائی $10\ cm$ ہو تو اس کے عمود کی مقدار معلوم کریں۔

حل:



www.ilmkidunya.com

www.ilmkidunya.com

زاویہ $= 120°$

قاعدہ $= \overline{BD} = 10cm$

عمود $= \overline{AC} = ?$

اب،

$$\tan\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}}$$

$$\tan 60° = \frac{m\overline{BC}}{m\overline{AC}}$$

$$\Rightarrow \quad m\overline{AC} = \frac{m\overline{BC}}{\tan 60°}$$

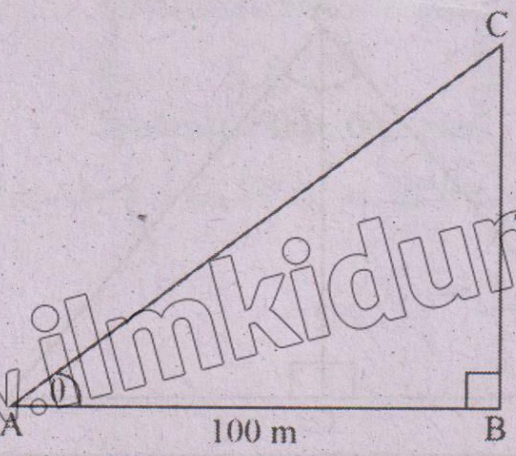
$$m\overline{AC} = \frac{5}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \quad m\overline{AC} = 2.89\ cm$$

www.ilmkidunya.com

-3 ایک درخت کی اونچائی 72 m ہے۔ اس درخت سے 100 m کے فاصلہ سے اِس کے اوپر والے سرے کا زاویہ نزول معلوم کریں۔

حل:



www.ilmkidunya.com

درخت کی اونچائی $= 72\ m$

درخت سے لفظ تک کا فاصلہ $= 100m$

زاویہ نزول $= \theta = ?$

جیسا کہ ہم جانتے ہیں

$$\tan\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}}$$

$$\tan\theta = \frac{m\overline{BC}}{m\overline{AB}}$$

$$\tan\theta = \frac{72}{100}$$

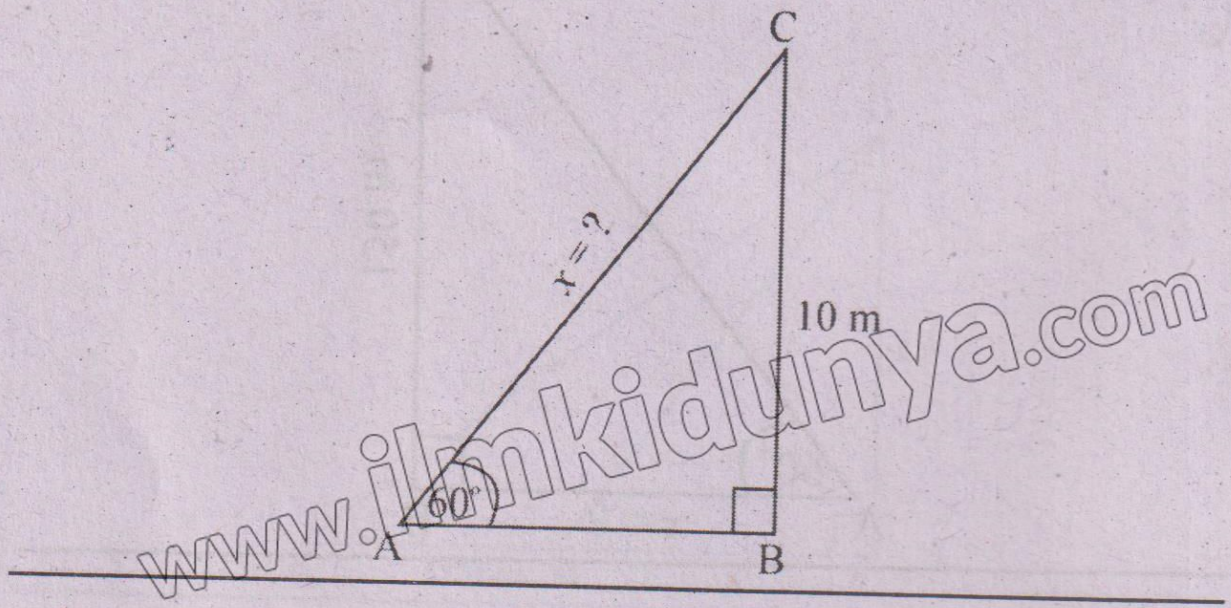
$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{72}{100}\right)$$

$$\theta = 35.75°$$

پس زاویہ نزول $= 35.7$

4- ایک سیڑھی زمین کے ح ساتھ $60°$ کا زاویہ بناتی ہے اور دیوار کے ساتھ $10\ m$ کی بلندی تک پہنچتی ہے۔ اِس سیڑھی کی لمبائی معلوم کریں۔

حل:



www.ilmkidunya.com

زاویہ نزول $= \theta = 60°$

دیوار کی اونچائی $= m\overline{BC} = 10m$

سیڑھی کی لمبائی $= m\overline{AC} = x = ?$

جیسا کہ ہم جانتے ہیں

$$\sin\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{وتر}}$$

$$\sin 60° = \frac{10}{x}$$

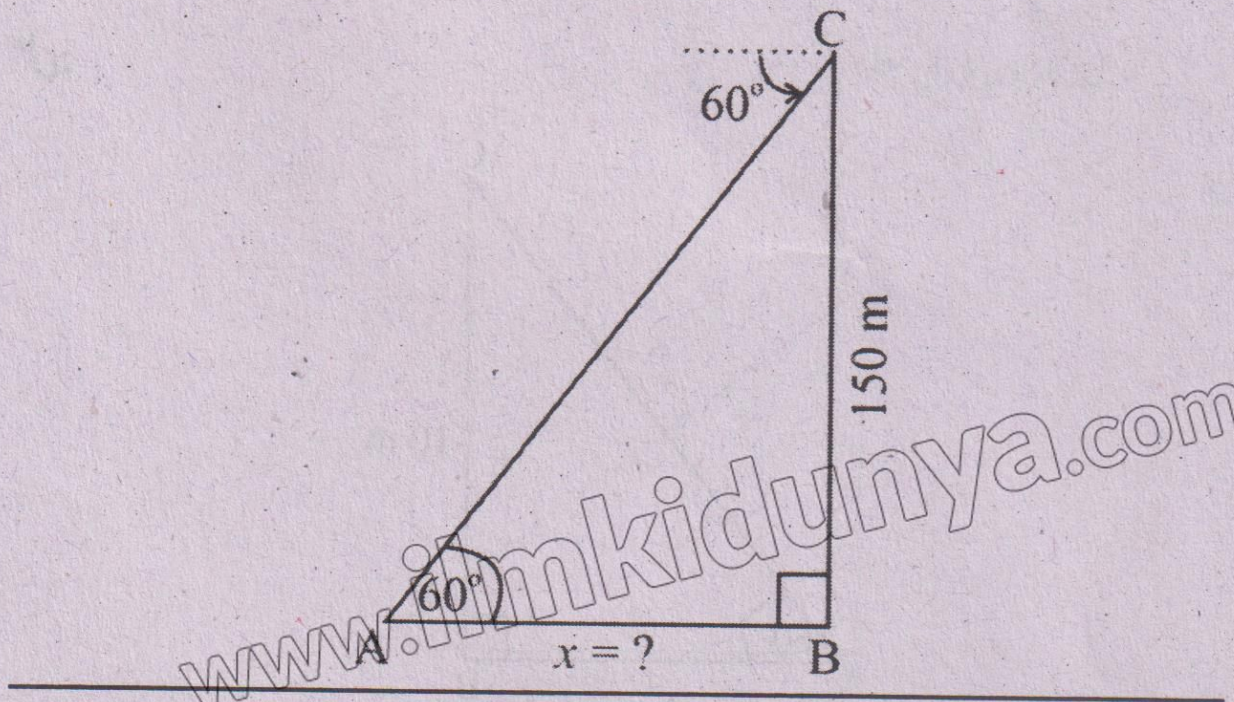
$$\Rightarrow \quad x = \frac{10}{\sin 60°}$$

$$x = 11.55\ m$$

لہٰذا، سیڑھی کی لمبائی $= 11.55\ m$

5- سمندر کی سطح سے ایک روشنی کے مینار کی اونچائی 150 m ہے اگر اِس مینار کی اوپر والی سطح سے کسی بحری جہاز کا زاویہ صعود $60°$ ہو تو اِس مینار اور بحری جہاز کا درمیانی فاصلہ معلوم کریں۔

حل:



www.ilmkidunya.com

روشنی کے مینار کی اونچائی $= 150m$

زاویہ صعود $= 60°$

کشتی کا مینار سے فاصلہ $= x = ?$

متوازی لائن متبادلہ زاویہ برابر ہوتے ہیں۔

پس، $m\angle A = 60°$

$$\tan\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}}$$

$$\tan 60° = \frac{150}{x}$$

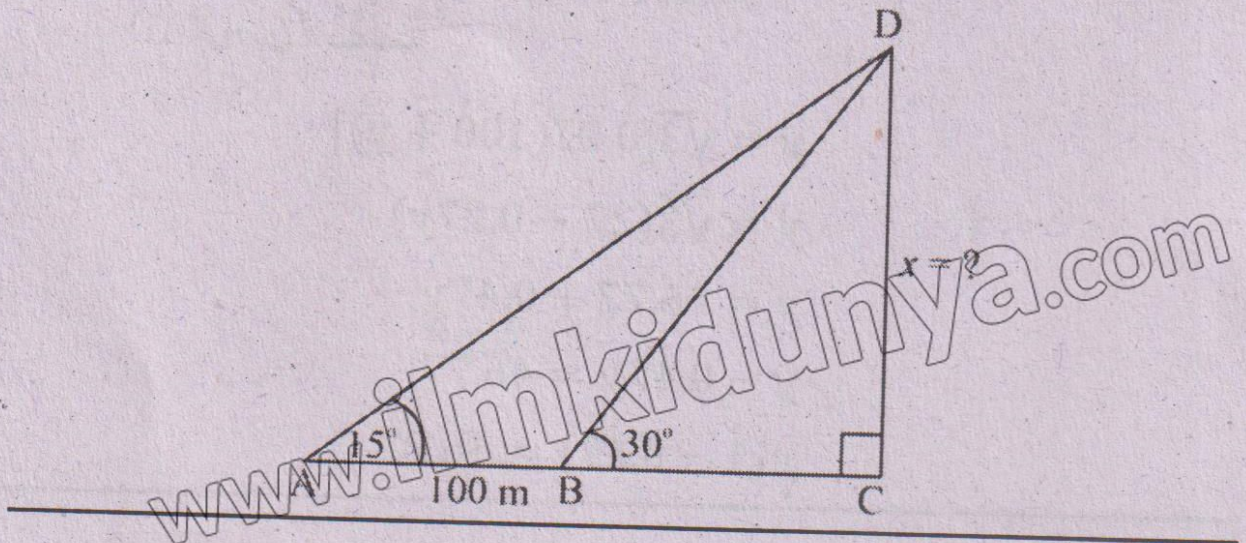
$$\Rightarrow \quad x = \frac{150}{\tan 60°}$$

$$x = 86.6\ m$$

کشتی کا مینار سے فاصلہ $= 86.6m$

6- زمین کی سطح کے ایک نقطہ سے کسی ستون کی اوپر والی سطح کا زاویہ نزول $15°$ ہے۔ اگر ستون کی طرف 100 m چلنے کے بعد زاویہ نزول کی مقدار $30°$ ہو جاتی ہے تو ستون کی اونچائی معلوم کریں۔

حل:



www.ilmkidunya.com

ستون کی اونچائی $= x = ?$

زاویہ نزول،

$m\angle A = 15°, m\angle B = 30°$

$m\overline{AB} = 100m$

$m\overline{BC} = ym$

مثلث BCD میں

$$\tan\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}}$$

$$\tan 30° = \frac{x}{y}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{x}{y}$$

$$\Rightarrow \quad y = \sqrt{3}\,x \quad \text{---(i)}$$

مثلث ACD میں

$$\tan 15° = \frac{m\overline{CD}}{m\overline{AC}}$$

$$\tan 15° = \frac{x}{100+y}$$

$$0.27 = \frac{x}{100+y}$$

$$0.27(100 + y) = x \quad \text{\_\_\_\_(ii)}$$

(i) میں درج کرنے سے

$$y = \sqrt{3}[0.27(100 + y)]$$

$$y = \sqrt{3}(27 + 0.27y)$$

$$y = 46.77 + 0.47y$$

$$y - 0.47y = 46.77$$

$$y(1 - 0.47) = 46.77$$

www.ilmkidunya.com

$$y = \frac{46.77}{0.53}$$

$$y = 88.24$$

(ii) میں درج کرنے سے

$$0.27(100 + 88.24) = x$$

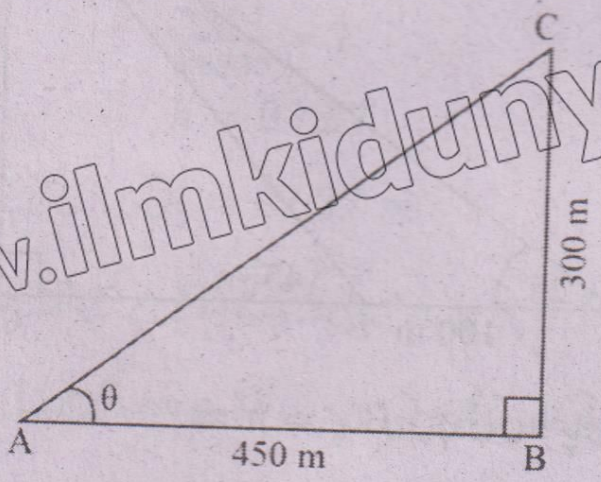
$$0.27(188.2) = x$$

$$50.8m = x$$

پس ستون کی اونچائی $= 50.8\ m$

7- اگر 300 m اونچے مینار کا سایہ 450 m ہو تو سورج کے زاویہ نزول کی مقدار معلوم کریں۔

حل:



مینار کی اونچائی $= 300\ m$

مینار کا سایہ $= 450\ m$

زاویہ نزول $= ?$

ہم جانتے ہیں

$$\tan\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}}$$

$$\tan\theta = \frac{300}{450}$$

www.ilmkidunya.com

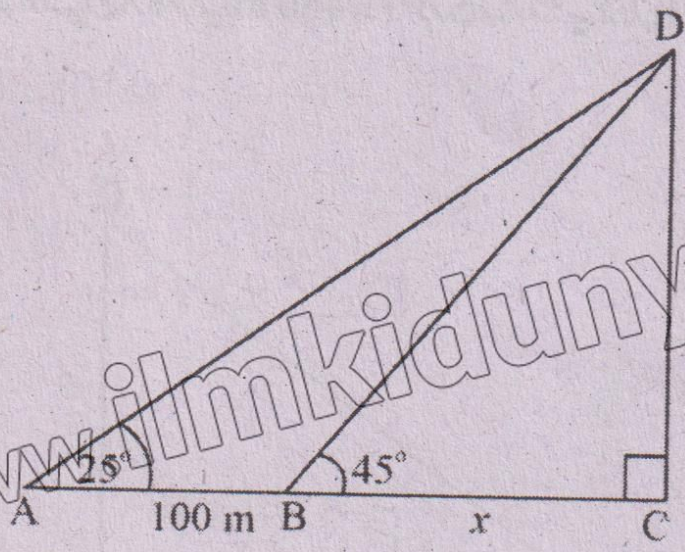
$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{300}{450}\right)$$

$$\theta = 33.69°$$

پس، زاویہ نزول $= 33.69°$

8- کسی پہاڑی کی چوٹی کا زاویہ نزول $25°$ ہے۔ پہاڑی کی طرف $100\ m$ چلنے کے بعد زاویہ نزول کی مقدار $45°$ ہو جاتی ہے پہاڑی کی اونچائی معلوم کریں۔

حل:



پہاڑی کی چوٹی کی اونچائی $= h = ?$

$\angle A = 25°\ ,\ \angle B = 45°$

$m\overline{BC} = x\ m$

$m\overline{AC} = (100 + x)m$

مثلث میں BCD

$$\tan 45° = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}}$$

$$\tan 45° = \frac{h}{x}$$

$$1 = \frac{h}{x}$$

$$\Rightarrow h = x \quad \text{___(i)}$$

www.ilmkidunya.com

میں ΔACD

$$\tan 25° = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}}$$

$$0.466° = \frac{x}{100+x}$$

$$0.4663° = \frac{h}{100+h}$$

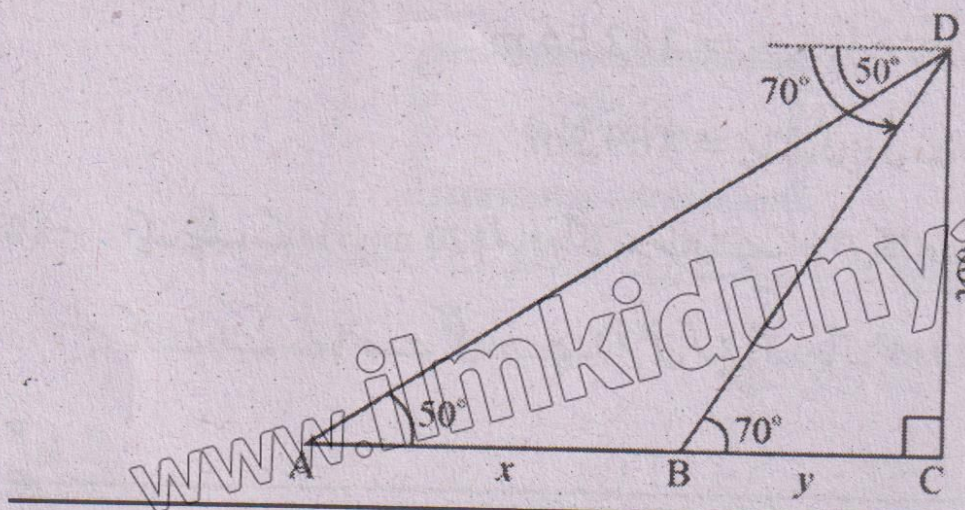
طرف سے (i) $x = h$

$$0.4663(100 + h) = h$$
$$46.63 = h - 0.4663h$$
$$46.63 = h(1 - 0.4663)$$
$$46.63 = h(0.5337)$$
$$\frac{46.63}{0.5337} = h$$
$$\Rightarrow \quad h = 87.37$$

پس، پہاڑی کی چوٹی کی اونچائی $= 87.37\ m$

-9 300 m اونچائی پہاڑی کی چوڑی سے نزدیکی دریا کے ساحل پر کسی نقطہ کا زاویہ صعود 70° کا ہے اور دریا کے دوسرے کنارے کا زاویہ صعود 50° کا ہے۔ دریا کی چوڑائی معلوم کریں اور پہاڑی کی بنا دے دریا کا فاصلہ معلوم کریں۔

حل:



www.ilmkidunya.com

پہاڑ کی چوٹی کی اونچائی $= 300\ m$

$m\angle A = 50°, m\angle B = 70°$

فرض کیا دریا کی چوڑائی $= x\ m = ?$

پہاڑی کی چوٹی سے دریا کا فاصلہ $= ym = ?$

ΔBCD میں

$$\tan 70° = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}}$$

$$\tan 70° = \frac{300}{y}$$

$$\Rightarrow \quad y = \frac{300}{\tan 70°} = 109.19\ m$$

ΔACD میں

$$\tan 50° = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}}$$

$$\tan 50° = \frac{300}{x+y}$$

$$x + y = \frac{300}{\tan 50}$$

$$x + y = 251.73$$

$$x = 251.73 - y$$

$$x = 251.73 - 109.19$$

$$x = 142.54\ m$$

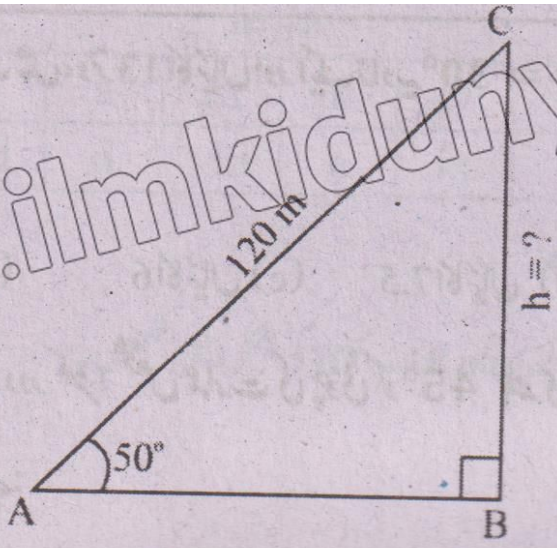
پس دریا کی چوڑائی $= 142.54\ m$

پہاڑی کی چوٹی سے دریا کا فاصلہ $= 109.2m$

10- ایک پتنگ کے ساتھ 120 m لمبا دھاگہ بندھا ہوا ہے۔ اور اس کا زاویہ نزول $50°$ کا ہے۔ یہ پکڑنے والے کے ہاتھ سے کتنی دور ہے۔ (فرض کریں کہ دھاگہ تنا ہوا ہے)

حل:

www.ilmkidunya.com



دھاگے کی لمبائی $= 120\ m$

زاویہ نزول $= \theta = 50°$

پتنگ کی اونچائی $= h = ?$

جیسا کہ ہم جانتے ہیں

$$\sin\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{وتر}}$$

$$\sin 50° = \frac{h}{120}$$

$$\Rightarrow \quad h = 120 \times \sin 50°$$

$$= 91.92\ m$$

پس پتنگ کی اونچائی $= 91.92\ m$

جائزہ مشق 6

-1 ہر بیان کے نیچے چار جواب دیے گئے ہیں۔ صحیح جواب کے گرد دائرہ لگائیں۔

(i) ریڈین میں $\tan^{-1} 2$ کی قدر ہے:

(a) $\frac{\pi}{2}$ (b) $\frac{\pi}{3}$ (c) $1.11\,\pi$ (d) 1.11

(ii) قائمۃ الزاویہ مثلث میں، وتر 13 اکائیاں اور ایک زاویہ $\theta = 30°$ ہے۔ مخالف ضلع کی لمبائی ہے:

(a) 6.5 اکائیاں (b) 7.5 اکائیاں (c) 6 اکائیاں (d) 5 اکائیاں

(iii) عمارت سے 50 m دور کھڑا شخص عمارت کی چوٹی کو $45°$ بلندی کے زاویے پر دیکھتا ہے۔ عمارت کی اونچائی ہے:

(a) 50 m (b) 25 m (c) 35 m (d) 70 m

(iv) $sec^2\theta - \tan^2\theta =$ _____

(a) $\sin^2\theta$ (b) 1 (c) $\cos^2\theta$ (d) $\cot^2\theta$

(v) اگر $\sin\theta = \frac{3}{5}$ اور θ ایک حادہ زاویہ ہو تو $Cos^2\theta =$ _____

(a) $\frac{7}{25}$ b) $\frac{24}{25}$ (c) $\frac{16}{25}$ d) $\frac{6}{25}$

(vi) ریڈین $= \frac{5}{\pi}$ _____

(a) $30°$ (b) $37.5°$ (c) $45°$ (d) $52.5°$

(vii) $292.5°$ _____ ریڈین

(a) $\frac{17\pi}{6}$ (b) $\frac{17\pi}{4}$ (c) $1.6\,\pi$ (d) $1.625\,\pi$

(viii) درج ذیل میں سے کون سی ایک درست تکونیاتی اکائی ہے؟

(a) $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$ (b) $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cos\theta$

(c) $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sec\theta$ (d) $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = cosec\,\theta$

(ix) $sin\,60° =$ _____

(a) 1 (b) $\frac{1}{2}$ (c) $\sqrt{(3)^2}$ (d) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(x) $Cos^2 100\,\pi + sin^2 100\,\pi =$ _____

(a) 1 (b) 4 (c) 3 (d) 4

www.ilmkidunya.com

جوابات

i	d	ii	a	iii	a	iv	b	v	c
.vi	b	vii	d	viii	a	ix	d	x	a.

www.ilmkidunya.com

2- دیے گئے زاویوں کو:

(a) ریڈین میں تبدیل کریں اور جواب کو π کی شکل میں لکھیں۔

(i) $255°$

حل: $255°$

$$= \cancel{255}^{17} \times \frac{\pi}{\cancel{180}_{12}} \text{ ریڈین}$$

$$= \frac{17\pi}{12} \text{ ریڈین}$$

(ii) $75°45'$

حل: $75°45'$

$$= \left(75 + \frac{45}{60}\right)^{o}$$

$$= 75 + 0.75$$

$$= 75.75° \times \frac{\pi}{180} \text{ ریڈین}$$

$$= \frac{7575}{100} \times \frac{\pi}{180} \text{ ریڈین}$$

$$= \frac{101}{240}\pi \text{ ریڈین}$$

(iii) $142.5°$

حل: $142.5°$

$$= 142.5 \times \frac{\pi}{180} \text{ ریڈین}$$

$$= \frac{1425}{10} \times \frac{\pi}{180} \text{ ریڈین}$$

$$= \frac{19}{24}\pi \text{ ریڈین}$$

(b) ریڈین سے ڈگری میں تبدیل کریں اور جواب ڈگری، منٹ اور سیکنڈ میں لکھیں۔

(i) $\frac{17\pi}{24}$

حل: $\frac{17}{24}\pi$

$$= \frac{17}{24}\cancel{\pi} \times \frac{180}{\cancel{\pi}}$$
$$= 127.5°$$
$$= 127 + 0.5 \times 160'$$
$$= 127° + 30' = 127°30'$$

(ii) $\frac{7\pi}{12}$

حل: $\frac{7\pi}{12}$

$$= \frac{17}{12}\cancel{\pi} \times \frac{180}{\cancel{\pi}}$$
$$= 105°$$

(iii) $\frac{11\pi}{16}$

حل: $\frac{11\pi}{16}$

$$= \frac{11}{16}\cancel{\pi} \times \frac{180}{\cancel{\pi}}$$
$$= 123.75°$$
$$= 123° + 0.75 \times 60'$$
$$= 123° + 45'$$
$$= 123°\,45'$$

3- درج ذیل تکونیاتی اکائیوں کو ثابت کریں:

(i) $\frac{\sin\theta}{1-\cos\theta} = \frac{1+\cos\theta}{\sin\theta}$

حل: $\frac{\sin\theta}{1-\cos\theta} = \frac{1+\cos\theta}{\sin\theta}$

www.ilmkidunya.com

$$\text{L.H.S} = \frac{\sin\theta}{1-\cos\theta}$$

$$= \frac{\sin\theta}{1-\cos\theta} \times \frac{1+\cos\theta}{1+\cos\theta}$$

$$= \frac{\sin\theta(1+\cos\theta)}{(1)^2-(\cos\theta)^2}$$

$$= \frac{\sin\theta(1+\cos\theta)}{1-\cos^2\theta}$$

$$= \frac{\cancel{\sin}\theta\,(1+\cos\theta)}{\sin\cancel{^2}\theta}$$

$$= \frac{1+\cos\theta}{\sin\theta}$$

$$= \text{R.H.S}$$

L.H.S = R.H.S پس ثابت ہوا ہے

$\sin\theta\,(cosec\,\theta - \sin\theta) = \frac{1}{sec^2\theta}$ (ii)

حل: $\sin\theta\,(cosec\,\theta - \sin\theta) = \frac{1}{sec^2\theta}$

$$\text{L.H.S} = \sin\theta(cosec\,\theta - \sin\theta)$$

$$= \sin\theta\left(\frac{1}{\sin\theta} - \sin\theta\right)$$

$$= \cancel{\sin}\theta\left(\frac{1-\sin^2\theta}{\cancel{\sin}\theta}\right)$$

$$= \cos^2\theta$$

$$= \frac{1}{\sec^2\theta}$$

$$= \text{R.H.S}$$

L.H.S = R.H.S پس ثابت ہوا

$\frac{cosec\,\theta - sec\,\theta}{cosec\,\theta + sec\,\theta} = \frac{1-tan\,\theta}{1+tan\,\theta}$ (iii)

حل: $\frac{cosec\,\theta - sec\,\theta}{cosec\,\theta + sec\,\theta} = \frac{1-tan\,\theta}{1+tan\,\theta}$

www.ilmkidunya.com

$$R.H.S = \frac{1-\tan\theta}{1+\tan\theta}$$

$$= \frac{1-\frac{\sin\theta}{\cos\theta}}{1+\frac{\sin\theta}{\cos\theta}}$$

$$= \frac{\frac{\cos\theta-\sin\theta}{\cancel{\cos\theta}}}{\frac{\cos\theta+\sin\theta}{\cancel{\cos\theta}}}$$

$$= \frac{\cos\theta-\sin\theta}{\cos\theta+\sin\theta}$$

$$= \frac{\frac{1}{\sec\theta}-\frac{1}{cosec\,\theta}}{\frac{1}{\sec\theta}+\frac{1}{cosec\,\theta}}$$

$$= \frac{\frac{\cos ec\theta-\sec\theta}{\cancel{\sec\theta\cos ec\theta}}}{\frac{\cos ec\theta+\sec\theta}{\cancel{\sec\theta\cos ec\theta}}}$$

$$= \frac{cosec\,\theta-\sec\theta}{cosec\,\theta+\sec\theta}$$

$$= L.H.S$$

L.H.S = R.H.S پس ثابت ہوا ہے

(iv) $\boldsymbol{\tan\theta - \cot\theta = \frac{1}{\sin\theta\cos\theta}}$

حل: $\tan\theta - \cot\theta = \frac{1}{\sin\theta\cos\theta}$

$$L.H.S = \tan\theta + \cot\theta$$

$$= \frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$$

$$= \frac{\sin^2\theta+\cos^2\theta}{\cos\theta\sin\theta}$$

$$= \frac{1}{\cos\theta\sin\theta}$$

$\therefore \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

$$= \frac{1}{\sin\theta\cos\theta}$$

$$= R.H.S$$

L.H.S = R.H.S پس ثابت ہوا ہے

www.ilmkidunya.com

(v) $\frac{\cos\theta+\sin\theta}{\cos\theta-\sin\theta}+\frac{\cos\theta-\sin\theta}{\cos\theta+\sin\theta}=\frac{2}{1-2\sin^2\theta}$

حل: $\frac{\cos\theta+\sin\theta}{\cos\theta-\sin\theta}+\frac{\cos\theta-\sin\theta}{\cos\theta+\sin\theta}=\frac{2}{1-2\sin^2\theta}$

$$\text{L.H.S}=\frac{\cos\theta+\sin\theta}{\cos\theta-\sin\theta}+\frac{\cos\theta-\sin\theta}{\cos\theta+\sin\theta}$$

$$=\frac{(\cos^2\theta+\sin\theta)^2+(\cos\theta-\sin\theta)^2}{(\cos\theta-\sin\theta(\cos\theta+\sin\theta))}$$

$$=\frac{(\cos^2\theta+\sin^2\theta+2\cos\theta\sin\theta)+(\cos^2\theta+\sin^2\theta-2\cos\theta\sin\theta))}{\cos^2-\sin^2\theta}$$

$$=\frac{1+\cancel{2\cos\theta\sin\theta}+1-\cancel{2\cos\theta\sin\theta}}{1-\sin^2\theta-\sin^2\theta}$$

$$=\frac{2}{1-2\sin^2\theta}=\text{R.H.S}$$

پس ثابت ہوا ہے L.H.S = R.H.S

(vi) $\frac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta}=(\text{cosec}\,\theta+\cot\theta)^2$

حل: $\frac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta}=(\text{cosec}\,\theta+\cot\theta)^2$

$$\text{R.H.S}=(\text{cosec}\,\theta+\cot\theta)^2$$

$$=\left(\frac{1}{\sin\theta}+\frac{\cos\theta}{\sin\theta}\right)^2 \quad \because \sin^2\theta=1-\cos^2\theta$$

$$=\left(\frac{1+\cos\theta}{\sin\theta}\right)^2$$

$$=\frac{(1+\cos^2\theta)}{\sin^2\theta}$$

$$=\frac{(1+\cos\theta)^2}{1-\cos^2\theta}$$

$$=\frac{(1+\cos\theta)\cancel{(1+\cos\theta)}}{(1-\cos\theta)\cancel{(1+\cos\theta)}}$$

$$=\frac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta}$$

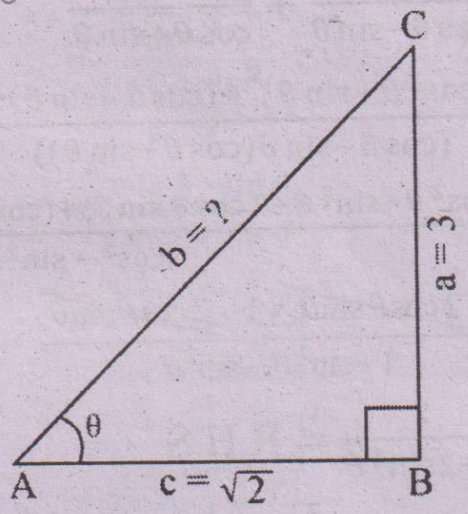
$$=\text{L.H.S}$$

پس ثابت ہوا ہے L.H.S = R.H.S

www.ilmkidunya.com

4۔ اگر $\tan\theta = \frac{3}{\sqrt{2}}$ ہو تو باقی تکونیاتی نسبتیں معلوم کریں جب θ پہلے ربع میں ہو۔

حل:



مسئلہ فیثاغورث کی رو سے

$$(\text{وتر})^2 = (\text{عمود})^2 + (\text{قاعدہ})^2$$

$$(b)^2 = (3)^2 + (\sqrt{2})^2$$

$$b^2 = 9 + 2$$

$$b^2 = 11$$

طرفین کا جذر لینے سے

$$\sqrt{b^2} = \sqrt{11}$$

$$\Rightarrow \quad b = \sqrt{11}$$

$$\tan\theta = \frac{3}{\sqrt{2}}$$

θ پہلے ربع میں واقع ہے

تکونیات کی بقیہ نسبتیں

$$\cot\theta = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

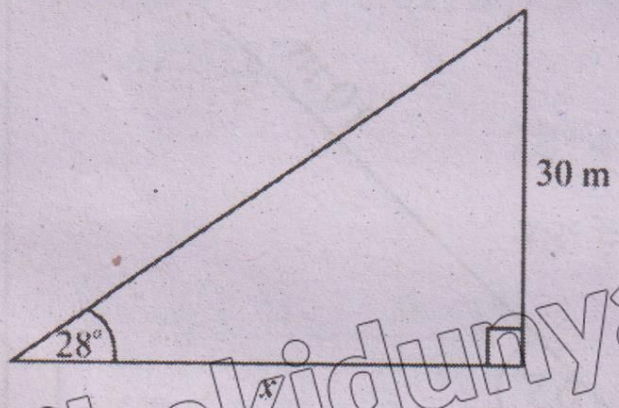
www.ilmkidunya.com

$$\sin\theta = \frac{3}{\sqrt{11}}\ ,\ cosec\ \theta = \frac{\sqrt{11}}{3}$$

$$\cos\theta = \sqrt{\frac{2}{11}}\ ,\ \sec\theta = \sqrt{\frac{11}{2}}$$

5- زمین پر ایک مقام سے 30 m اونچی عمارت کی چوٹی کا زاویہ $28°$ ہے۔ عمارت کی بنیاد سے مقام کتنا دور ہے؟

حل:



زاویہ نزول $= \theta = 28°$

عمارت کی اونچائی $= 30\ m$

بنیاد سے مقام کا فاصلہ $= x = ?$

ہم جانتے ہیں

$$\tan\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}}$$

$$\tan 28° = \frac{30}{x}$$

$$x = \frac{30}{\tan 28°}$$

$$x = 56.42\ m$$

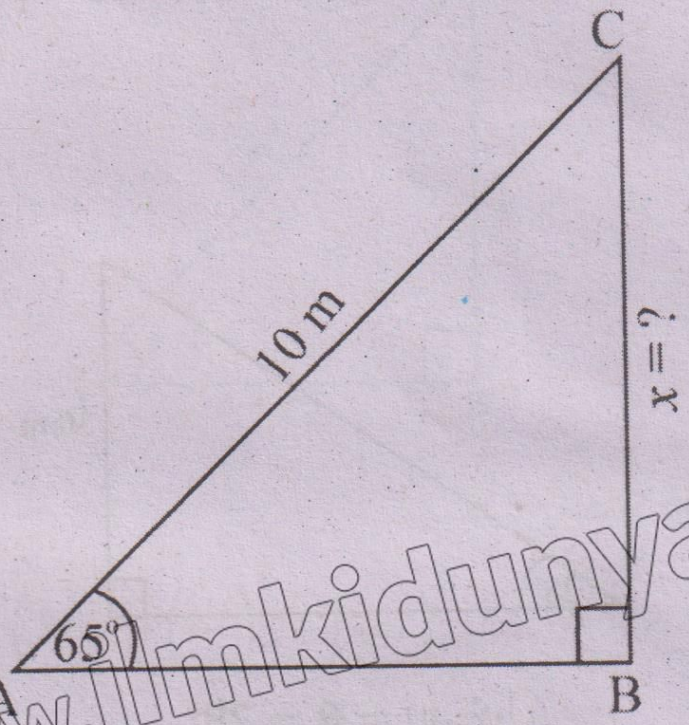
پس بنیاد سے مقام کا فاصلہ

$$= 56.42\ m$$

www.ilmkidunya.com

6- دیوار کے ساتھ لگی ہوئی سیڑھی زمین کے ساتھ $65°$ کا زاویہ بناتی ہے۔ اگر سیڑھی 10 m لمبی ہو تو یہ دیوار پر کتنی اونچائی تک پہنچتی ہے؟

حل:



زاویہ نزول $= \theta = 65°$

سیڑھی کی لمبائی $= 10\ m$

دیوار کی اونچائی $= x = ?$

ہم جانتے ہیں

$$\sin\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{وتر}}$$

$$\sin 65° = \frac{x}{10}$$

$$\Rightarrow \quad x = 10 \sin 65°$$

$$x = 9.06\ m$$

پس دیوار اونچائی $= 9.06\ m$

www.ilmkidunya.com