

مشق 1.1

1- درج ذیل میں سے ہر ایک کو ناطق یا غیر ناطق اعداد کے طور پر شناخت کریں۔

(i) 2.353535

حل: ناطق عدد

(ii) $0.\overline{6}$

حل: ناطق عدد

(iii) $2.236067\ldots$

حل: غیر ناطق عدد

(iv) $\sqrt{7}$

حل: غیر ناطق عدد

(v) e

حل: غیر ناطق عدد

(vi) π

حل: غیر ناطق عدد

(vii) $5 + \sqrt{11}$

حل: غیر ناطق عدد

(viii) $\sqrt{3} + \sqrt{13}$

حل: غیر ناطق عدد

www.ilmkidunya.com

حل: غیر ناطق عدد

(ix) $\frac{15}{4}$

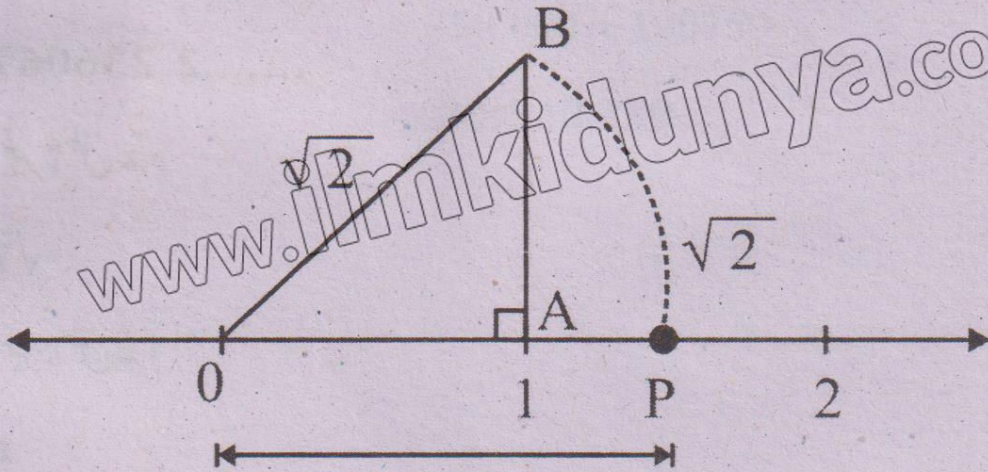
(x) $(2 - \sqrt{2})(2 + \sqrt{2})$

حل: غیر ناطق عدد

-2 درج ذیل اعداد کو عددی خط پر ظاہر کریں:

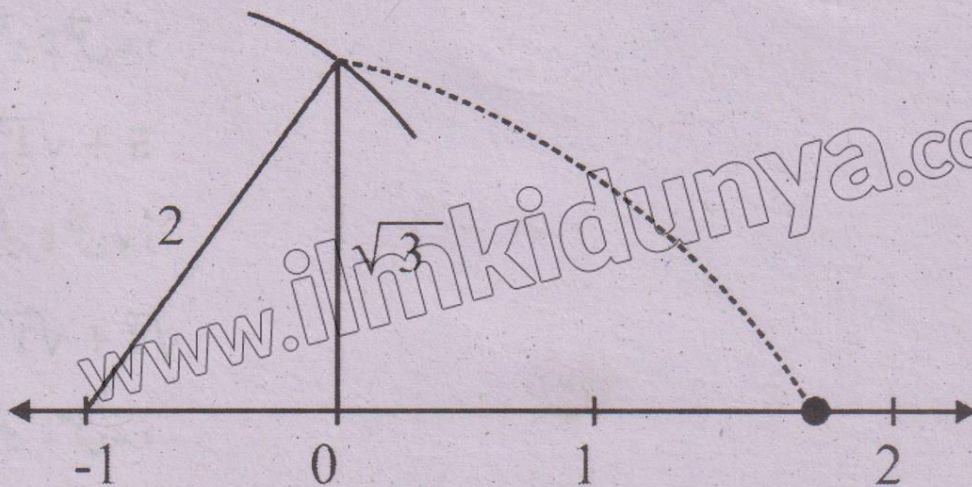
(i) $\sqrt{2}$

حل:



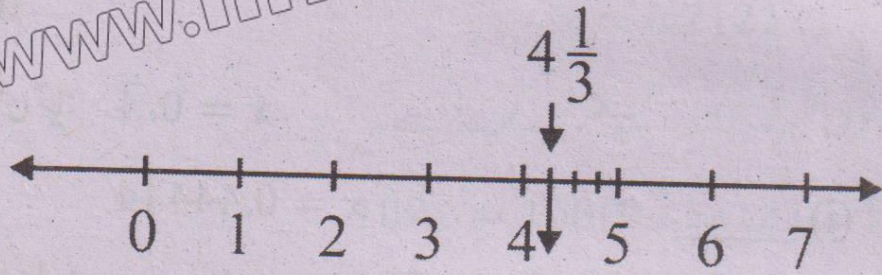
(ii) $\sqrt{3}$

حل:



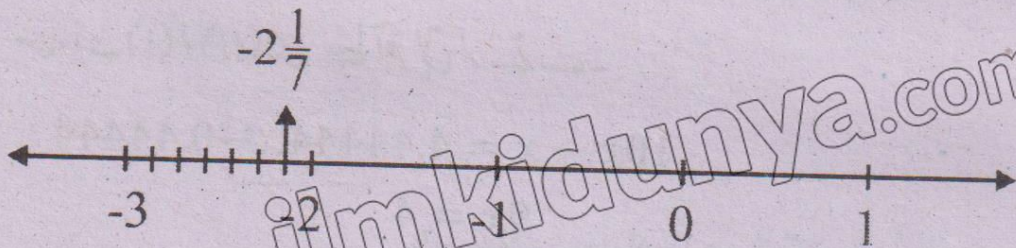
www.ilmkidunya.com (iii)

حل:



$-2\frac{1}{7}$ (iv)

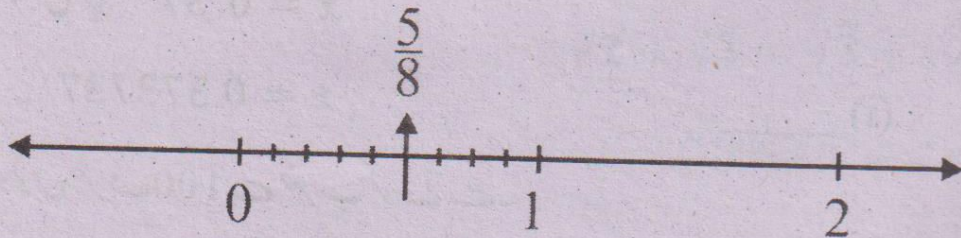
حل:



www.ilmkidunya.com

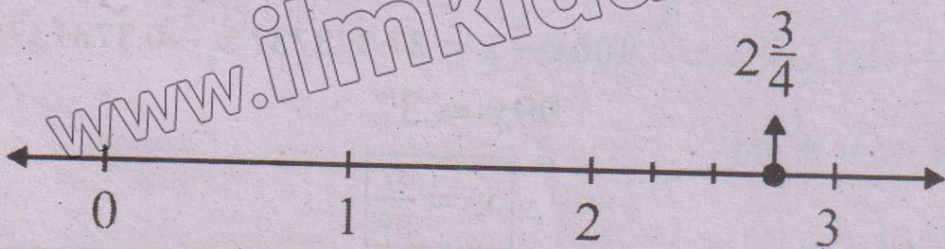
$\frac{5}{8}$ (v)

حل:



$2\frac{3}{4}$ (vi)

حل:



www.ilmkidunya.com

3 درج ذیل متوالی کسور اعشایہ کو $\frac{p}{q}$ کو شکل میں ظاہر کریں جب کہ p اور q صحیح اعداد ہیں اور q

ایک غیر صفر عدد ہے۔

(i) $0.\overline{4}$

حل: فرض کیا: $x = 0.\overline{4}$

(i) _____ $\dots \dots x = 0.44444$

دونوں طرف 10 سے ضرب دینے سے

$$10x = 10(0.44444 \dots \dots)$$

(ii) _____ $10x = 4.44444 \dots \dots$

مساوات (i) کو (ii) میں سے تفریق کرنے سے۔

$$10x - x = 4.44444 \dots - 0.44444$$

$$9x = 4$$

$$x = \frac{4}{9}$$

(ii) $0.\overline{37}$

حل: فرض کیا: $x = 0.\overline{37}$

(i) _____ $x = 0.373737 \dots$

دونوں طرف 100 سے ضرب کرنے سے۔

$$100x = 100(0.373737 \dots)$$

(ii) _____ $100x = 37.373737 \dots$

مساوات (i) کو (ii) میں سے تفریق کرنے سے

$$100x - x = 37.373737 \dots - 0.373737 \dots$$

$$99x = 37$$

$$x = \frac{37}{99}$$

(iii) $0.\overline{21}$ حل: فرض کیا: $x = 0.\overline{21}$

(i) _____

$$x = 0.212121 \dots$$

دونوں طرف 100 سے ضرب کرنے سے۔

$$100x = 100(0.212121 \dots)$$

(ii) _____

$$100x = 21.212121 \dots$$

مساوات (i) کو (ii) میں سے تفریق کرنے سے

$$100x - x = 21.212121 \dots - 0.212121 \dots$$

$$99x = 21$$

$$x = \frac{21}{99}$$

-4 درج ذیل میں استعمال ہونے والی خاصیت کا نام بتائیں۔

$$(a + 4) + b = a + (4 + b) \quad (i)$$

حل: خاصیت تلازم بلحاظ جمع

$$\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{3} + \sqrt{2} \quad (ii)$$

حل: خاصیت مبادلہ بلحاظ جمع

$$x - x = 0 \quad (iii)$$

حل: جمعی معکوس

$$a(b + c) = ab + ac \quad (iv)$$

حل: ضرب کی بائیں خاصیت تقسیمی بلحاظ جمع

$$16 + 0 = 16 \quad (v)$$

حل: جمعی ذاتی عنصر۔

$$100 \times 1 = 100 \quad (\text{vi})$$

حل: ضربی ذاتی عنصر۔

$$4 \times (5 \times 8) = (4 \times 5) \times 8 \quad (\text{vii})$$

حل: خاصیت تلازم بلحاظ ضرب۔

$$ab = ba \quad (\text{viii})$$

حل: خاصیت مبادلہ بلحاظ ضرب۔

5- درج ذیل میں استعمال ہونے والی خاصیت کا نام بتائیں۔

$$-3 < -1 \Rightarrow 0 < 2 \quad (\text{i})$$

حل: جمعی خاصیت۔

$$\frac{1}{a} > \frac{1}{b} \text{ تو } a < b \quad (\text{ii})$$

حل: معکوس خاصیت۔

$$a + c < b + c \text{ تو } a < b \quad (\text{iii})$$

حل: نابرابری کی جمعی خاصیت۔

$$a < b \text{ تو } ac > 0 \text{ اور } ac < bc \quad (\text{iv})$$

حل: تنسیخی خاصیت بلحاظ ضرب۔

$$a < b \text{ تو } ac < 0 \text{ اور } ac < bc \quad (\text{v})$$

حل: تنسیخی خاصیت بلحاظ ضرب۔

$$a < b \text{ یا } a = b \text{ یا } a > b \quad (\text{vi})$$

حل: ثلاثی خاصیت۔

-6 درج ذیل کے درمیان دو ناطق اعداد معلوم کریں:

(i) and $\frac{11}{43}$

حل: $\frac{1}{3}$ اور $\frac{1}{4}$ درمیان لامتناہی ناطق اعداد ہوتے ہیں۔

ان میں سے ہم صرف دو معلوم کریں گے۔

پہلا ناطق عدد: $= \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} \right) \div 2$

$$= \left(\frac{4+3}{12} \right) \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{7}{12} \times \frac{1}{2} = \frac{7}{24}$$

دوسرا ناطق عدد: $= \left(\frac{7}{24} + \frac{1}{4} \right) \div 2$

$$= \left(\frac{7+6}{24} \right) \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{13}{24} \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{13}{48}$$

لہذا $\frac{1}{3}$ اور $\frac{1}{4}$ کے درمیان ناطق اعداد $\frac{7}{24}$ اور $\frac{13}{48}$ ہیں۔

(ii) 3 اور 4

حل: 3 اور 4 درمیان لامتناہی ناطق اعداد ہوتے ہیں۔

ہم ان میں سے صرف دو معلوم کریں گے۔

پہلا ناطق عدد: $= \frac{3+4}{2} = \frac{7}{2}$

دوسرا ناطق عدد: $= \left(\frac{7}{2} + 4 \right) \div 2$

$$= \left(\frac{7+8}{2} \right) \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{15}{4}$$

لہذا $\frac{7}{2}$ اور $\frac{15}{4}$ دونوں اعداد ہیں۔

$$\frac{4}{5} \text{ اور } \frac{3}{5} \quad (\text{iii})$$

حل: $\frac{4}{5}$ اور $\frac{3}{5}$ کے درمیان لامتناہی اعداد ہیں۔

$$= \left(\frac{3}{5} + \frac{4}{5} \right) \div 2 \quad \text{پہلا ناطق عدد}$$

$$= \left(\frac{3+4}{5} \right) \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{7}{5} \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{7}{10}$$

$$= \left(\frac{7}{10} + \frac{4}{5} \right) \div 2 \quad \text{دوسرا ناطق عدد}$$

$$= \left(\frac{7+8}{10} \right) \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{15}{10} \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{15^3}{20_4} = \frac{3}{4}$$

لہذا $\frac{3}{4}$ اور $\frac{7}{10}$ دونوں اعداد ہیں۔

مشق 1.2

1- درج ذیل کے مخرج کو ناطق بنائیں۔

$$\frac{13}{4+\sqrt{3}} \quad (\text{i})$$

$$\frac{13}{4+\sqrt{3}} \times \frac{4-\sqrt{3}}{4-\sqrt{3}} \quad \text{حل:}$$

$$= \frac{13(4-\sqrt{3})}{(4)^2 - (\sqrt{3})^2}$$

$$= \frac{13(4-\sqrt{3})}{16-3}$$

$$= \frac{\cancel{13}(4-\sqrt{3})}{\cancel{13}}$$

$$= 4 - \sqrt{3}$$

$$\frac{\sqrt{2}+\sqrt{5}}{\sqrt{3}} \quad (\text{ii})$$

$$\frac{\sqrt{2}+\sqrt{5}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \quad \text{حل:}$$

$$= \frac{\sqrt{3}(\sqrt{2}+\sqrt{5})}{(\sqrt{3})^2}$$

$$= \frac{\sqrt{6}+\sqrt{15}}{3}$$

$$\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{5}} \quad (\text{iii})$$

$$\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} \quad \text{حل:}$$

$$= \frac{\sqrt{5}(\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{5})^2}$$

$$= \frac{\sqrt{10}-\sqrt{5}}{5}$$

$$\frac{6-4\sqrt{2}}{6+4\sqrt{2}} \quad (\text{iv})$$

$$\frac{6-4\sqrt{2}}{6+4\sqrt{2}} \times \frac{6-4\sqrt{2}}{6-4\sqrt{2}} \quad \text{حل:}$$

$$= \frac{(6-4\sqrt{2})^2}{(6)^2 - (4\sqrt{2})^2}$$

$$= \frac{(6)^2 + (4\sqrt{2})^2 - 2(6)(4\sqrt{2})}{36 - 16(2)}$$

$$= \frac{36 + 16(2) - 48\sqrt{2}}{36 - 32}$$

$$= \frac{36 + 32 - 48\sqrt{2}}{4}$$

$$= \frac{68 - 48\sqrt{2}}{4}$$

$$= \frac{17 - 12\sqrt{2}}{1}$$

$$= 17 - 12\sqrt{2}$$

$$\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} \quad (v)$$

$$\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$$

حل:

$$= \frac{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2}{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2}$$

$$= \frac{(\sqrt{3})^2 + (\sqrt{2})^2 - (\sqrt{3})(\sqrt{2})}{3 - 2}$$

$$= \frac{3 + 2 - 2\sqrt{6}}{1}$$

$$= 5 - 2\sqrt{6}$$

$$\frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{7} + \sqrt{5}} \quad (vi)$$

$$\frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{7} + \sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{7} - \sqrt{5}}{\sqrt{7} - \sqrt{5}}$$

$$= \frac{4\sqrt{3}(\sqrt{7} - \sqrt{5})}{(\sqrt{7})^2 - (\sqrt{5})^2}$$

$$= \frac{4(\sqrt{21} - \sqrt{15})}{7 - 5}$$

$$= \frac{2^2 (\sqrt{21} - \sqrt{15})}{2^2}$$

$$= 2(\sqrt{21} - \sqrt{15})$$

-2 درج ذیل کو مختصر کیجیے:

$$\left(\frac{81}{16}\right)^{-3/4} \quad (i)$$

$$\left(\frac{81}{16}\right)^{-3/4} \quad \text{حل:}$$

$$= \left(\frac{3^4}{2^4}\right)^{-3/4}$$

$$= \left[\left(\frac{3}{2}\right)^4\right]^{-3/4}$$

$$= \left(\frac{3}{2}\right)^{-3}$$

$$= \left(\frac{2}{3}\right)^3$$

$$= \frac{8}{27}$$

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} \div \left(\frac{4}{9}\right)^3 \times \frac{16}{27} \quad (ii)$$

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} \div \left(\frac{4}{9}\right)^3 \times \frac{16}{27} \quad \text{حل:}$$

$$= \left(\frac{3}{4}\right)^{-2} \times \left(\frac{4}{9}\right)^3 \times \frac{4^2}{3^3}$$

$$= \frac{4^2}{3^2} \times \frac{(3^2)^3}{(4)^3} \times \frac{4^2}{3^3}$$

$$= \frac{4^2 \times 4^2 \times (3)^6}{3^{2+3} \times 4^3}$$

$$= \frac{4^{2+2} \times (3)^6}{3^5 \times 4^3}$$

$$= 4^{4-3} \times 3^{6-5}$$

$$= 4^1 \times 3^1$$

$$= 12$$

$$(0.027)^{-1/3} \quad (\text{iii})$$

$$(0.027)^{-1/3} \quad \text{حل}$$

$$= \left(\frac{27}{1000} \right)^{-1/3}$$

$$= \left(\frac{1000}{27} \right)^{1/3}$$

$$= \left(\frac{10 \times 10 \times 10}{3 \times 3 \times 3} \right)^{1/3}$$

$$= \left[\left(\frac{10}{3} \right)^3 \right]^{1/3}$$

$$= \frac{10}{3} = 3 \frac{1}{3}$$

$$\sqrt[7]{\frac{x^{14} \times y^{21} + z^{35}}{y^{14} z^7}} \quad (\text{iv})$$

$$\sqrt[7]{\frac{x^{14} \times y^{21} + z^{35}}{y^{14} z^7}} \quad \text{حل}$$

$$= (x^{14} y^{21-14} z^{35-7})^{1/7}$$

$$= (x^{14} y^7 z^{28})^{1/7} \times (y^7)^{1/7} \times (x^{28})^{1/7}$$

$$= x^2 y z^4$$

$$\frac{5 \cdot (25)^{n+1} - 25 \cdot (5)^{2n}}{5 \cdot (5)^{2n+3} - (25)^{n+1}} \quad (\text{v})$$

$$\frac{5 \cdot (25)^{n+1} - 25 \cdot (5)^{2n}}{5 \cdot (5)^{2n+3} - (25)^{n+1}} \quad \text{حل}$$

$$= \frac{5 \cdot (5^2)^{n+1} - 5^2 (5)^{2n}}{5 \cdot (5)^{2n+3} - (5^2)^{n+1}}$$

$$= \frac{5 \cdot 5^{2n} \cdot 5^2 - 5^2 (5)^{2n}}{5 \cdot 5^{2n} \cdot 5^3 - 5^{2n} \cdot 5^2}$$

$$= \frac{5^{2n} \cdot 5^2 (5-1)}{5^{2n} \cdot 5^2 (5^2-1)}$$

$$= \frac{4}{25-1}$$

$$= \frac{4^1}{24_6}$$

$$= \frac{1}{6}$$

$$\frac{(16)^{x+1} + 20(4^{2x})}{2^{x-3} \times 8^{x+2}} \quad (\text{vi})$$

$$\frac{(16)^{x+1} + 20(4^{2x})}{2^{x-3} \times 8^{x+2}} \quad \text{حل:}$$

$$= \frac{(2^4)^{x+1} + 5 \times 2^2 (2^2)^{2x}}{2^{x-3} \times (2^3)^{x+2}}$$

$$= \frac{2^{4x+4} + 5 \times 2^2 (2)^{4x}}{2^{x-3} \times (2)^{3x+6}}$$

$$= \frac{2^{4x} \cdot 2^4 + 5 \times 2^2 (2)^{4x}}{2^{x+3x} \times 2^{6-3}}$$

$$= \frac{2^{4x} \cdot 2^2 (2^2 + 5)}{2^{4x} \times 2^3 \cdot 2^1}$$

$$= \frac{4+5}{2}$$

$$= \frac{9}{2}$$

$$= 4 \frac{1}{2}$$

$$(64)^{-2/3} \div (9)^{-3/2} \quad (\text{vii})$$

$$(64)^{-2/3} \div (9)^{-3/2} \quad \text{حل:}$$

$$= \frac{(64)^{-2/3}}{(9)^{-3/2}}$$

$$= \frac{(4^8)^{-2/8}}{(3^2)^{-3/2}}$$

$$= \frac{(4)^{-2}}{(3)^{-3}}$$

$$= \frac{3^3}{4^2}$$

$$= \frac{27}{16}$$

$$= 1 \frac{11}{16}$$

$$\frac{3^n \times 9^{n+1}}{3^{n-1} \times 9^{n-1}} \text{ (viii)}$$

$$\frac{3^n \times 9^{n+1}}{3^{n-1} \times 9^{n-1}} \text{ حل:}$$

$$= \frac{3^n \times (3^2)^{n+1}}{3^{n-1} \times (3^2)^{n-1}}$$

$$= \frac{3^n \times 3^{2n+2}}{3^{n-1} \times 3^{2n-2}}$$

$$= 3^2 \times 3^1 \times 3^2$$

$$= 3^{2+1+2} = 3^5 = 343$$

$$\frac{5^{n+3} - 6 \cdot 5^{n+1}}{9 \times 5^n - 4 \times 5^n} \text{ (ix)}$$

$$\frac{5^{n+3} - 6 \cdot 5^{n+1}}{9 \times 5^n - 4 \times 5^n} \text{ حل:}$$

$$= \frac{5^n \cdot 5^3 - 6 \cdot 5^n \cdot 5^1}{9 \times 5^n - 4 \times 5^n}$$

$$= \frac{5^n (5^3 - 6 \cdot 5^1)}{5^n (9 - 4)}$$

$$= \frac{5^n (5^2 - 6)}{5^n}$$

$$= 25 - 6$$

$$= 19$$

3- اگر $x = 3 + \sqrt{8}$ ہو تو درج ذیل کی قیمتیں معلوم کیجیے:

$$x + \frac{1}{x} \quad (i)$$

حل: $x = 3 + \sqrt{8}$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{3 + \sqrt{8}}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{3 + \sqrt{8}} \times \frac{3 - \sqrt{8}}{3 - \sqrt{8}}$$

$$= \frac{3 - \sqrt{8}}{(3)^2 - (\sqrt{8})^2}$$

$$= \frac{3 - \sqrt{8}}{9 - 8}$$

(ii) _____

$$\frac{1}{x} = 3 - \sqrt{8}$$

مساوات (i) اور مساوات (ii) کو جمع کرنے سے

$$x + \frac{1}{x} = 3 - \sqrt{8} + 3 + \sqrt{8}$$

(iii) _____

$$x + \frac{1}{x} = 6$$

$$x - \frac{1}{x} = ? \quad (ii)$$

(i) _____

حل: $x = 3 + \sqrt{8}$

(i) میں پہلے سے معلوم کیا ہے۔

(ii) _____

$$\frac{1}{x} = 3 - \sqrt{8}$$

مساوات (i) کو (ii) سے تفریق کرنے سے

$$x - \frac{1}{x} = (3 + \sqrt{8}) - (3 - \sqrt{8})$$

$$= 3 + \sqrt{8} - 3 + \sqrt{8}$$

(iii) _____ $x - \frac{1}{x} = 2\sqrt{8}$

حل: (i) میں پہلے سے معلوم کر چکے ہیں۔

$$x + \frac{1}{x} = 6$$

طرفین کا مربع لینے سے

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = (6)^2$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} + 2(\cancel{x})\left(\frac{1}{\cancel{x}}\right) = 36$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 36 - 2$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 34$$

$$x^2 - \frac{1}{x^2} = ? \quad (iv)$$

حل: (i) اور (ii) پہلے سے معلوم کر لیا ہے۔

$$x + \frac{1}{x} = 6 \quad (i), \quad x - \frac{1}{x} = 2\sqrt{8} \quad (ii)$$

مساوات (i) اور مساوات (ii) کو ضرب کرنے سے

$$\left(x + \frac{1}{x}\right) \left(x - \frac{1}{x}\right) = (6)(2\sqrt{8})$$

$$(x)^2 - \left(\frac{1}{x}\right)^2 = 12\sqrt{8}$$

$$x^2 - \frac{1}{x^2} = 12\sqrt{8}$$

$$x^4 + \frac{1}{x^4} = ? \quad (v)$$

حل: (iii) میں پہلے سے معلوم کر چکے ہیں۔

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 34$$

طرفین کا دوبارہ مربع لینے سے

$$\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 = (34)^2$$

$$(x^2)^2 + \left(\frac{1}{x^2}\right)^2 + 2(x^2)\left(\frac{1}{x^2}\right) = 1156$$

$$x^4 + \frac{1}{x^4} = 1156 - 2$$

$$x^4 + \frac{1}{x^4} = 1154$$

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 \quad (\text{vi})$$

حل: (ii) میں پہلے سے معلوم کر چکے ہیں۔

$$x - \frac{1}{x} = 2\sqrt{8}$$

طرفین کا مربع لینے سے

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = (2\sqrt{8})^2$$

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 4(8)$$

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 32$$

$$\frac{8-3\sqrt{2}}{4+3\sqrt{2}} = p + q\sqrt{2} \quad \text{اگر } p + q\sqrt{2} \text{ ہو تو ناطق اور معلوم کریں۔} \quad -4$$

$$p + q\sqrt{2} = \frac{8-3\sqrt{2}}{4+3\sqrt{2}}$$

$$= \frac{8-3\sqrt{2}}{4+3\sqrt{2}} \times \frac{4-3\sqrt{2}}{4-3\sqrt{2}}$$

$$p + q\sqrt{2} = \frac{32 - 24\sqrt{2} - 12\sqrt{2} + (3\sqrt{2})^2}{(4)^2 - (3\sqrt{2})^2}$$

$$= \frac{32 - 36\sqrt{2} + 9(2)}{16 - 9\sqrt{2}}$$

$$= \frac{32 - 36\sqrt{2} + 18}{16 - 18}$$

$$= \frac{50 - 36\sqrt{2}}{-2}$$

$$= \frac{50}{2} - \frac{36}{2} \sqrt{2}$$

$$p + q\sqrt{2} = -25 + 18\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow p = 25, q = 18$$

-5 درج ذیل کو مختصر کیجیے:

$$\frac{(25)^{3/2} \times (243)^{3/5}}{(16)^{5/4} \times (8)^{4/3}} \quad (i)$$

$$\frac{(25)^{3/2} \times (243)^{3/5}}{(16)^{5/4} \times (8)^{4/3}} \quad \text{حل:}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{(5^2)^{3/2} \times (3^5)^{3/5}}{(2^4)^{5/4} \times (2^3)^{4/3}} \\ &= \frac{5^3 \times 3^3}{2^5 \times 2^4} = \frac{(5 \times 3)^3}{2^{5+4}} \\ &= \frac{(15)^3}{2^9} = \frac{3375}{512} \end{aligned}$$

$$\frac{54 \times \sqrt[3]{(27)^{2x}}}{9^{x+1} + 216 (3^{2x-1})} \quad (ii)$$

$$\frac{54 \times \sqrt[3]{(27)^{2x}}}{9^{x+1} + 216 (3^{2x-1})} \quad \text{حل:}$$

$$= \frac{54 \times [(3^3)^{2x}]^{1/3}}{9^x \cdot 9^1 + 9 \times 24 (3^{2x} \cdot 3^{-1})}$$

$$= \frac{54 \times (3^{2x})^{1/3}}{9 (9^x + 24 \cdot (3^2)^x \cdot 3^{-1})}$$

$$= \frac{6 \times 3^{2x}}{9^x + 8 \times 3 \times (9)^x \cdot 3^{-1}}$$

$$= \frac{6 \times (3^2)^x}{9^x (1+8 \cdot 3^{1-1})}$$

$$= \frac{6 \times 9}{9 \times (9)} = \frac{6}{9}$$

$$= \frac{2}{3}$$

$$\sqrt{\frac{(216)^{2/3} \times (25)^{1/2}}{(0.04)^{-3/2}}} \quad (\text{iii})$$

$$\sqrt{\frac{(6^3)^{2/3} \times (5^2)^{1/2}}{\left(\frac{4}{100}\right)^{-3/2}}} \quad \text{حل:}$$

$$= \sqrt{\frac{6^2 \times 5}{\left(\frac{100}{4}\right)^{3/2}}} = \sqrt{\frac{6^2 \times 5}{(25)^{3/2}}}$$

$$= \sqrt{\frac{6^2 \times 5}{(5^2)^{3/2}}}$$

$$= \sqrt{\frac{6^2 \times 5}{5^3}}$$

$$= \sqrt{\frac{6^2}{5^{3-1}}}$$

$$= \sqrt{\frac{6^2}{5^2}}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{6}{5}\right)^2}$$

$$= \frac{6}{5}$$

$$(a^{1/3} + b^{2/3}) \times (a^{2/3} - a^{1/3}b^{2/3} + b^{4/3}) \quad (iv)$$

$$(a^{1/3} + b^{2/3}) \times (a^{2/3} - a^{1/3}b^{2/3} + b^{4/3}) \quad \text{حل:}$$

$$= (a^{1/3} + b^{2/3}) \times ((a^{1/3})^2 - (a^{1/3})(b^{2/3}) + (b^{2/3})^2)$$

$$= (a^{1/3})^3 + (b^{2/3})^3$$

$$a + b^2$$

مشق 1.3

1- تین مسلسل صحیح اعداد کا مجموعہ 42 ہو تو اعداد معلوم کریں۔

تین مسلسل صحیح اعداد ہیں

$$x-1, x, x+1$$

$$(x-1) + x + (x+1) = 42$$

$$x-1 + x + x+1 = 42$$

$$3x = 42$$

$$x = \frac{42}{3}$$

$$x = 14$$

$$\text{پہلا صحیح عدد} = x-1 = 14-1 = 13$$

$$\text{دوسرا صحیح عدد} = x = 14$$

$$\text{تیسرا صحیح عدد} = x+1 = 14+1 = 15$$

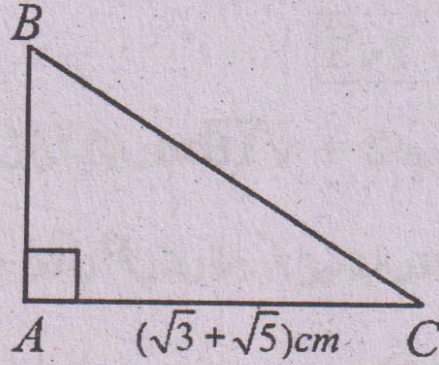
$$\text{تین مسلسل صحیح اعداد} = 13, 14, 15$$

2- شکل میں قائمہ الزاویہ $\triangle ABC$ دکھائی گئی ہے جس میں $\overline{AC}$ کی لمبائی $(\sqrt{3} + \sqrt{5})$ cm

$(\sqrt{5})$ cm، $\triangle ABC$ کا رقبہ $(1 + \sqrt{15})$ cm² ہے۔ ضلع $\overline{AB}$ کی لمبائی کو

$(a\sqrt{3} + b\sqrt{5})$ cm کی صورت میں معلوم کریں، جہاں a اور b صحیح اعداد ہیں۔

حل:



حل: $m\overline{AC} = (\sqrt{3} + \sqrt{5})$ cm

$$\text{Area of } \triangle ABC = (1 + \sqrt{15}) \text{ cm}^2$$

$$m\overline{AB} = ?$$

$$\text{مثلث کا رقبہ (اونچائی} \times \text{قاعدہ)} \times \frac{1}{2}$$

$$\text{مثلث کا رقبہ} = \frac{1}{2} (m\overline{AC} \times m\overline{AB})$$

$$1 + \sqrt{15} = \frac{1}{2} [(\sqrt{3} + \sqrt{5}) \times m\overline{AB}]$$

$$\frac{2(1 + \sqrt{15})}{\sqrt{3} + \sqrt{5}} = m\overline{AB}$$

$$\frac{2(1 + \sqrt{15})}{\sqrt{3} + \sqrt{5}} \times \frac{(\sqrt{3} + \sqrt{5})}{\sqrt{3} - \sqrt{5}} = m\overline{AB}$$

$$= \frac{2(\sqrt{3} - \sqrt{5} + \sqrt{15} \times \sqrt{3} - \sqrt{15} \times \sqrt{5})}{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{5})^2} = m\overline{AB}$$

$$\frac{2(\sqrt{3}-\sqrt{5}+\sqrt{45}-\sqrt{75})}{3-5} = m\overline{AB}$$

$$\frac{2(\sqrt{3}-\sqrt{5}+3\sqrt{5}-5\sqrt{3})}{-2} = m\overline{AB}$$

$$\frac{-4\sqrt{3}+2\sqrt{5}}{-1} = m\overline{AB}$$

$$4\sqrt{3} - 2\sqrt{5} = m\overline{AB}$$

$$\Rightarrow \boxed{m\overline{AB} = 4\sqrt{3} - 2\sqrt{5}}$$

3- ایک مستطیل کے اضلاع کی لمبائیاں $2 + \sqrt{18}m$ اور $5 - \frac{4}{\sqrt{2}}m$ ہیں۔ مستطیل

کے رقبے کو $a + b\sqrt{2}$ کی شکل میں ظاہر کریں، جہاں a اور b صحیح اعداد ہیں۔

$$(2 + \sqrt{18})m = \text{مستطیل کی لمبائی}$$

$$m = \left(5 - \frac{4}{\sqrt{2}}\right) = \text{مستطیل کی چوڑائی}$$

$$\text{مستطیل کا رقبہ} = \text{لمبائی} \times \text{چوڑائی}$$

$$= (2 + \sqrt{18}) \left(5 - \frac{4}{\sqrt{2}}\right)$$

$$= (2 + \sqrt{9} \times 2) \left(5 - \frac{2 \times 2}{\sqrt{2}}\right)$$

$$= (2 + 3\sqrt{2})(5 - 2\sqrt{2})$$

$$\therefore \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

$$= 10 - 4\sqrt{2} + 15\sqrt{2} - 6(\sqrt{2})^2$$

$$= 10 + 11\sqrt{2} - 6(2)$$

$$= 10 + 11\sqrt{2} - 12$$

$$\text{مستطیل کا رقبہ} = -2 + 11\sqrt{2}$$

4- دو اعداد معلوم کریں جن کا مجموعہ 68 اور فرق 22 ہے۔

حل: فرض کریں اعداد x اور y ہیں۔

$$x + y = 68 \quad \text{--- (i)}$$

$$x - y = 22 \quad \text{--- (ii)}$$

مساوات (i) اور مساوات (ii) کو جمع کرنے سے

$$x + y = 68$$

$$x - y = 22$$

$$2x = 90$$

$$x = \frac{90}{2}$$

$$x = 45$$

مساوات (i) میں درج کرنے سے

$$45 + y = 68$$

$$y = 68 - 45$$

$$y = 23$$

$$\text{لہذا، اعداد } = 45, 23$$

5- 2024 کے موسم گرما کے دوران لاہور میں غیر معمولی طور پر گرم تھا۔ ٹی وی نیوز نے درجہ

حرارت 48 ڈگری سینٹی گریڈ تک پہنچنے کی اطلاع دی۔ کلیہ $(^{\circ}F + \frac{9}{5}^{\circ}C + 32)$ کا

استعمال کرتے ہوئے درجہ حرارت کو فارن ہائیٹ اسکیل میں معلوم کریں۔

$$\text{حل: } T(C) = 48^{\circ}C$$

$$^{\circ}F = ?$$

$$F = \frac{9}{5}^{\circ}C + 32$$

$$= \frac{9}{5} \times 48 + 32$$

$$= 9 \times 9.6 + 32$$

$$= 86.4 + 32$$

$$^{\circ}F = 118.4$$

6- باپ اور بیٹے کی عمر کا مجموعہ 72 سال ہے۔ چھ سال پہلے باپ کی عمر بیٹے سے دو گنا تھی۔ چھ سال پہلے بیٹے کی عمر کیا تھی؟

سال x = فرض کریں باپ کی عمر

سال y = بیٹے کی عمر

باپ اور بیٹے کی عمروں کا مجموعہ

$$x + y = 72 \quad \text{---(i)}$$

چھ سال پہلے

سال $(x - 6)$ = باپ کی عمر

سال $(y - 6)$ = بیٹے کی عمر

بیٹے کی عمر کا دو گنا = باپ کی عمر

$$x - 6 = 2(y - 6)$$

$$x - 6 = 2y - 12$$

$$x = 2y - 12 + 6$$

$$x = 2y - 6 \quad \text{---(ii)}$$

$$2y - 6 + y = 72$$

$$3y = 72 + 6$$

$$y = 78/3$$

$$y = 26$$

$$x = 2(26) - 6$$

$$= 52 - 6$$

$$x = 46$$

چھ سال پہلے بیٹے کی عمر $y - 6 = 26 - 6 = 20$ سال

چھ سال پہلے باپ کی عمر $x - 6 = 46 - 6 = 40$ سال

7- مہرجانے ایک کھلونا 1,500 روپے میں خرید اور 1,520 روپے میں فروخت کیا۔ اس کا منافع

فیصد کیا تھا؟

حل: قیمت خرید = 1500 روپے

قیمت فروخت = 1520 روپے

نفع = قیمت خرید - قیمت فروخت

$$= 1520 - 1500$$

$$= Rs. 20$$

$$\% \left(100 \times \frac{\text{منافع}}{\text{قیمت خرید}} \right) = \text{نفع \%}$$

$$= \frac{20}{1500} \times 100\%$$

$$= \frac{20}{15} \%$$

$$\text{نفع} \% = 1.33\%$$

8- طیب کی سالانہ آمدنی 960,000 روپے ہے، جب کہ مستثنیٰ رقم 130,000 روپے ہے۔

0.75% کی شرح سے اسے کتنا ٹیکس ادا کرنا پڑے گا۔

حل: سالانہ آمدنی = 960,000 روپے

مستثنیٰ رقم = 0.75 فیصد

قابل ٹیکس آمدنی = سالانہ آمدنی - مستثنیٰ رقم

$$= 960,000 - 130,000$$

$$= 830,000 \text{ روپے}$$

ٹیکس کی رقم = 0.75 فیصد کا قابل ٹیکس آمدنی

$$= \frac{0.75}{100} \times 830,000$$

$$= \frac{75}{10000} \times 830,000$$

$$= 75 \times 83$$

$$= \text{Rs. } 6,225$$

9- 375,000 روپے پر ایک سال کے لیے 14% کی شرح سے سالانہ منافع معلوم کریں۔

حل: اصل رقم = P = Rs. 3,75,000

$$\text{وقت} = R = 14\%$$

$$\text{مارک اپ} = ?$$

$$= 375,000 \times \frac{14}{100} \times 1$$

$$= 3750 \times 14$$

$$= \text{Rs. } 52,500$$

جائزہ مشق 1

1- ہر بیان کے نیچے چار جواب دیے گئے ہیں۔ صحیح جواب کے گرد دائرہ لگائیں۔

(i) $\sqrt{7}$ ہے:

- (a) صحیح عدد (b) ناطق عدد (c) غیر ناطق عدد (d) قدرتی عدد
- (ii) π اور e ہیں:

- (a) قدرتی اعداد (b) صحیح اعداد (c) ناطق اعداد (d) غیر ناطق اعداد
- (iii) اگر n ایک مکمل مربع نہیں ہے، تو $\sqrt{n}$ ہے:

- (a) ناطق عدد (b) قدرتی عدد (c) صحیح عدد (d) غیر ناطق عدد
- (iv) $\sqrt{3} + \sqrt{5}$ ہے:

- (a) مکمل عدد (b) صحیح عدد (c) ناطق عدد (d) غیر ناطق عدد
- (v) $x = x, \forall x \in R$ خاصیت کہلاتی ہے:

- (a) عکسی خاصیت (b) متعدیت خاصیت (c) تشاکل خاصیت (d) ثلاثی خاصیت
- (vi) فرض کریں $a, b, c \in R$ اگر $a > b$ تو $a > c$ یہ خاصیت کہلاتی ہے۔

- (a) ثلاثی (b) متعدیت (c) جمعی (d) ضربی

(vii) $2^x + 8^x = 64$ تو x برابر ہے:

(a) $\frac{3}{2}$

(b) $\frac{3}{4}$

(c) $\frac{5}{6}$

(d) $\frac{2}{3}$

(viii) فرض کریں $a, b \in R$ اور $a = b$ تو $b = a$ خاصیت کہلاتی ہے۔

(a) عکس

(b) تشاکل

(c) متعدیت

(d) جمعی

(ix) $\sqrt{75} + \sqrt{27} = \underline{\hspace{2cm}}$

(a) $\sqrt{102}$

(b) $9\sqrt{3}$

(c) $5\sqrt{3}$

(d) $8\sqrt{3}$

(x) $(3 + \sqrt{5})(3 - \sqrt{5})$ کا حاصل ضرب ہے:

(a) مفرد عدد

(b) طاق عدد

(c) غیر ناطق عدد

(d) ناطق عدد

جوابات

i	c	ii	d	iii	d	iv	d	v	a
vi	b	vi	a	viii	b	ix	d	x	d

-2 اگر $a = \frac{3}{2}$, $b = \frac{5}{3}$ اور $c = \frac{7}{5}$ تو ثابت کیجیے۔

(i) $a(b + c) = ab + ac$ (ii) $(a + b)c = ac + bc$

$a(b + c) = ab + ac$ (i)

$= a(b + c)$

حل: بائیں طرف سے

$= \frac{3}{2} \left(\frac{5}{3} + \frac{7}{5} \right)$

$= \frac{3}{2} \left(\frac{25+21}{15} \right)$

$= \frac{3}{2} \left(\frac{46}{15} \right)$

$= \frac{23}{5}$

$$= ab + ac$$

$$= \frac{\cancel{3}}{2} \times \frac{\cancel{5}}{\cancel{3}} + \frac{\cancel{3}}{2} \times \frac{7}{5}$$

$$= \frac{5}{2} + \frac{21}{10}$$

$$= \frac{25+21}{10}$$

$$= \frac{\cancel{46}^{23}}{\cancel{10}_5}$$

$$= \frac{23}{5}$$

پس، ثابت ہوا، دائیں طرف = بائیں طرف

$$(a + b)c = ac + bc \quad (ii)$$

$$= (a + b)c$$

حل: بائیں طرف سے

$$= \left(\frac{3}{2} + \frac{5}{3}\right) \times \frac{7}{5}$$

$$= \left(\frac{9+10}{6}\right) \times \frac{7}{5}$$

$$= \frac{19}{6} \times \frac{7}{5}$$

$$= \frac{133}{30}$$

$$= ac + bc$$

دائیں طرف سے

$$= \frac{3}{2} \times \frac{7}{5} + \frac{\cancel{5}}{3} \times \frac{7}{\cancel{5}}$$

$$= \frac{21}{10} + \frac{7}{3}$$

$$= \frac{63+70}{30}$$

$$= \frac{133}{30}$$

پس، ثابت ہوا، دائیں طرف = بائیں طرف

3- اگر $a = \frac{4}{3}$ ، $b = \frac{5}{2}$ اور $c = \frac{7}{4}$ ہو تو حقیقی اعداد کی خاصیت تلازم بلحاظ جمع اور ضرب کو

ثابت کیجیے۔

(i) خاصیت تلازم بلحاظ جمع

حل: $(a + b) + c = a + (b + c)$

بائیں طرف سے $= (a + b) + c$

$$= \left(\frac{4}{3} + \frac{5}{2} \right) + \frac{7}{4}$$

$$= \left(\frac{8-15}{6} \right) + \frac{7}{4}$$

$$= \frac{23}{6} + \frac{7}{4}$$

$$= \frac{46+21}{12}$$

$$= \frac{67}{12}$$

دائیں طرف سے $= a + (b + c)$

$$= \frac{4}{3} + \left(\frac{5}{2} + \frac{7}{4} \right)$$

$$= \frac{4}{3} + \left(\frac{10+7}{4} \right)$$

$$= \frac{4}{3} + \frac{17}{4}$$

$$= \frac{16+51}{12}$$

$$= \frac{67}{12}$$

پس، ثابت ہوا، بائیں طرف سے = دائیں طرف سے

(ii) خاصیت تلازم بحاظ ضرب

حل: $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$

$= (a \times b) \times c$ بائیں طرف سے

$= \left(\frac{4^2}{3} \times \frac{5}{2_1} \right) \times \frac{7}{4}$

$= \frac{10^5}{3} \times \frac{7}{4_2}$

$= \frac{35}{6}$

$= a \times (b \times c)$ دائیں طرف سے

$= \frac{4}{3} \times \left(\frac{5}{2} \times \frac{7}{4} \right)$

$= \frac{4^1}{3} \times \frac{35}{8_2}$

$= \frac{35}{6}$

4- کیا صفر (0) ایک ناطق عدد ہے؟ وضاحت کریں۔

حل: جی 0 ایک ناطق عدد ہے۔

وضاحت:

0 کو $\frac{p}{q}$ کی شکل میں اس طرح $\frac{0}{1}, \frac{0}{2}, \frac{0}{3}$

یہاں $0 \in \mathbb{Z}$ اور $1, 2, 3 \in \mathbb{Z}$ ، لہذا ہم کہہ سکتے ہیں ایک ناطق عدد ہے۔

5- حقیقی اعداد کی ثلاثی خاصیت بیان کریں۔

حل: تمام $a, b \in R$

یا تو $a < b$ یا $a = b$ یا $a > b$

یہ ثلاثی خاصیت کہلاتی ہے۔

6- 4 اور 5 کے درمیان دو ناطق اعداد معلوم کریں۔

حل: پہلا ناطق عدد $= (4 + 5) \div 2$

$$= 9 \div 2$$

$$= \frac{9}{2}$$

دوسرا ناطق عدد $= (4 + \frac{9}{2}) \div 2$

$$= \left(\frac{8+9}{2}\right) \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{17}{2} \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{17}{4}$$

7- درج ذیل کو مختصر کیجیے:

(i) $\sqrt[5]{\frac{x^{15}y^{15}}{z^{20}}}$

(ii) $\sqrt[3]{(27)^{2x}}$

(iii) $\frac{6(3)^{n+2}}{3^{n+1}-3^n}$

(i) $\sqrt[5]{\frac{x^{15}y^{15}}{z^{20}}}$

حل: $= \left(\frac{x^{15}y^{15}}{z^{20}}\right)^{\frac{1}{5}}$

$$= \frac{(x^{15^3})^{\frac{1}{8}} \times (y^{35^7})^{\frac{1}{8}}}{(z^{20^4})^{\frac{1}{8}}}$$

$$= \frac{x^3 y^7}{z^4}$$

$$\sqrt[3]{(27)^{2x}} \quad (\text{ii})$$

$$\sqrt[3]{(27)^{2x}} \quad \text{حل:}$$

$$= [(3^3)^{2x}]^{\frac{1}{3}}$$

$$= [(3^{2x})^2]^{\frac{1}{3}}$$

$$= 3^{2x}$$

$$\frac{6(3)^{n+2}}{3^{n+1}-3^n} \quad (\text{iii})$$

$$\frac{6(3)^{n+2}}{3^{n+1}-3^n} \quad \text{حل:}$$

$$= \frac{6(3^n \cdot 3^2)}{3^n \cdot 3^1 - 3^n}$$

$$= \frac{6(3^n \cdot 3^2)}{3^n (3-1)}$$

$$= \frac{6^3 (9)}{2} = 3(9)$$

$$= 27$$

8- تین مسلسل صحیح طاق اعداد کا مجموعہ 51 ہو تو اعداد معلوم کریں۔

حل: فرض کریں: $x-1, x+1, x+3$ تین مسلسل طاق اعداد ہیں۔

$$(x-1) + (x+1) + (x+3) = 51$$

$$x - 1 + x + 1 + x + 3 = 51$$

$$3x + 3 = 51$$

$$3x = 48$$

$$x = \frac{48}{3}$$

$$x = 16$$

$$\text{پہلا طاق عدد} = x - 1 = 16 - 1 = 15$$

$$\text{دوسرا طاق عدد} = x + 1 = 16 + 1 = 17$$

$$\text{تیسرا طاق عدد} = x + 3 = 16 + 3 = 19$$

9- عبداللہ نے 96 گیندیں اٹھائیں اور انہیں دو ٹوکریوں میں رکھا۔ ایک ٹوکری میں دوسری ٹوکری

کے مقابلے میں 28 گیندیں زیادہ ہیں۔ ہر ٹوکری میں کتنی گیندیں تھیں؟

حل: فرض کریں x, y گیندیں ہیں

$$x + y = 96 \quad \text{---(i)}$$

دی ہوئی شرط کے مطابق

$$x = y + 28 \quad \text{---(ii)}$$

مساوات (i) میں درج کرنے سے

$$y + 28 + y = 96$$

$$2y = 96 - 28$$

$$y = \frac{68}{2}$$

$$y = 34$$

$$x = 34 + 28$$

$$x = 62$$

پس، پہلی ٹوکری = 62 گیندیں

دوسری ٹوکری = 34 گیندیں

10- سلمیٰ نے ایک بینک میں 350,000 روپے کی سرمایہ کاری کی جو سادہ منافع $7\frac{1}{4}\%$ سالانہ

منافع کی شرح سے ادا کرتا تھا۔ 2 سال بعد اس شرح کو بڑھا کر 8% سالانہ کر دیا گیا۔ معلوم کریں

کہ 7 سال کے اختتام پر اس کے پاس کتنی رقم تھی؟

حل: اصل رقم $P = \text{Rs. } 350,000$

کل وقت $T = 7 \text{ years}$

دو سالوں کے لیے نفع کی شرح

$$= R_1 = 7\frac{1}{4}\% = 7.25\%$$

5 سالوں کے لیے نفع کی شرح

$$= R_2 = 8\%$$

2 سالوں کے لیے نفع

$$= P \times R_1 \times T$$

$$= 350,000 \times 7.25\% \times 2$$

$$= 350,000 \times \frac{7.25}{100} \times 2$$

$$= 350,000 \times \frac{725}{10000} \times 2$$

$$= \text{Rs. } 50,750$$

5 سالوں کے لیے نفع

$$= P \times R_2 \times T$$

$$= 350,000 \times 8\% \times 5$$

$$= 350,000 \times \frac{8}{100} \times 5$$

$$= \text{Rs. } 140,000$$

کل نفع

$$= 50,750 + 140,000$$

$$= \text{Rs. } 190,750$$

کل رقم

$$= 350,000 + 190,750$$

$$= \text{Rs. } 540,750$$